

# EVALUACIÓN DE LAS REGLAS MÁS COMUNES DE COMBINACIÓN DE LOS EFECTOS DE LAS COMPONENTES HORIZONTALES DE UN TERREMOTO

*Alfredo Reyes Salazar, José Alfredo Juárez Duarte, Arturo López Barraza  
Juan de Dios Garay Morán y Juan Ignacio Velázquez Dimas<sup>(1)</sup>*

## RESUMEN

Se estudia la precisión de las reglas de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (*SRSS*) y la del 30 por-ciento (30%), las que comúnmente se usan en la estimación del efecto combinado de las componentes horizontales de terremotos. Las respuestas sísmicas máximas de varios modelos estructurales se estiman de la forma más real posible aplicando simultáneamente ambas componentes. Los resultados se comparan con los obtenidos de las reglas de combinación. El estudio numérico indica que ambas reglas estiman apropiadamente el efecto combinado en términos de carga axial para el caso elástico. Sin embargo, para el caso inelástico dicho efecto puede ser subestimado. Se muestra que dicha subestimación es mayor para la regla *SRSS* que para la del 30%. No se observa correlación alguna entre el nivel de subestimación y la altura de los marcos o el período predominante de los terremotos. Los resultados muestran también la importancia de la razón de las respuestas máximas de cada componente. Con base en los resultados obtenidos en este estudio, se concluye que los requerimientos de diseño sísmico para la estimación de la respuesta combinada deben ser modificados. Se proponen nuevas formas de combinación.

## ABSTRACT

The accuracy of the Square Root of the Sum of the Squares (*SRSS*) and the 30-percent (30%) rules, commonly used to estimate the effect of the horizontal components of earthquakes, is studied. The maximum seismic responses of several structural models are estimated as realistically as possible by applying simultaneously both horizontal components. The results are compared with those obtained by the combination rules. The numerical study indicates that both, the *SRSS* and the 30% rules, properly estimate the maximum combined axial effect for elastic analysis. For the inelastic case however, they may underestimate the combined axial loads. It is observed that the underestimation is more for the *SRSS* than for the 30% rule. The level of underestimation cannot be correlated with the height of the frames or the predominant period of the earthquakes. The results also show the importance of the ratio of the maximum individual responses. Based on the results obtained in this study, it is concluded that the combination rules for the effects of the horizontal components of earthquakes, used in design codes, need to be modified. New combination ways are proposed.

---

Artículo recibido el 25 de enero de 2005 y aprobado para su publicación el 6 de junio de 2005. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

(1) Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Sinaloa, Ciudad Universitaria, CP 80040, Culiacán, Sinaloa, México. [reyes@uas.uasnet.mx](mailto:reyes@uas.uasnet.mx), [juarez@uas.uasnet.mx](mailto:juarez@uas.uasnet.mx), [aloba@uas.uasnet.mx](mailto:aloba@uas.uasnet.mx), [juandediosgaray@hotmail.com](mailto:juandediosgaray@hotmail.com), [juanv@uas.uasnet.mx](mailto:juanv@uas.uasnet.mx)

## INTRODUCCIÓN

En la evaluación numérica de la respuesta sísmica de edificios, un terremoto se representa generalmente por tres componentes ortogonales: dos horizontales y una vertical. El efecto de la componente vertical es usualmente más pequeño que el de las componentes horizontales y por consiguiente se desprecia. Razones adicionales para despreciar este efecto son que los edificios se diseñan también para cargas de gravedad lo cual provee un factor de seguridad en la dirección vertical, y que la componente vertical está significativamente desfasada de las componentes horizontales. A pesar de esta simplificación, las formas de combinar los efectos de las dos componentes horizontales es un tópico discutido y de suma importancia en el área de Ingeniería Sísmica. La mayoría de los códigos que contienen previsiones de diseño sísmico permiten el uso de procedimientos simplificados para estimar la respuesta de cada componente en forma independiente. La respuesta total se obtiene después usando ciertas reglas empíricas.

La evaluación de las respuestas sísmicas de edificios considerando las dos componentes horizontales de un terremoto ha sido abordada por varios investigadores. Entre las primeras investigaciones realizadas están la de Newmark (1975) y la de Rosenblueth y Contreras (1977). En estos trabajos se propuso una regla de combinación conocida como *Regla del Porcentaje* la cual aproxima la respuesta combinada como la suma del 100% de la respuesta que resulta de una componente y algún porcentaje ( $\lambda$ ) de las respuestas producidas por las otras componentes. Newmark (1975) propuso usar  $\lambda = 40\%$  argumentado que la respuesta combinada sería conservadora con respecto a la dada por la Regla de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (*SRSS*). Rosenblueth y Contreras (1977) propusieron usar  $\lambda = 30\%$  para minimizar los errores introducidos mediante esta aproximación lineal.

Muchas otras investigaciones en relación a la evaluación de las respuestas de estructuras considerando dos o tres componentes han sido también desarrolladas. Wilson y Button (1982) propusieron un método simple para determinar el ángulo crítico de incidencia para estructuras en general sin considerar relación entre los componentes horizontales del movimiento del suelo. López y Torres (1997) propusieron un método para estimar el ángulo crítico de estructuras. El método fue ilustrado usando un edificio de un nivel y otro de nueve niveles. Los resultados mostraron que el método propuesto por Wilson y Button fue impreciso. Correnza y Hutchinson (1994) analizaron modelos de un piso con y sin elementos transversales sujetos a terremotos uni y bi-direccionales. Fernández-Dávila *et al.* (2000) estudiaron la respuesta sísmica elástica de edificios de concreto considerando tres grados de libertad por piso. Una formulación conocida como la *Combinación Cuadrática Completa (CQC)*, la cual se basa en la teoría de vibraciones aleatorias, fue sugerida por Der Kiureghian (1981) y por Wilson *et al.* (1981). Esta regla ha sido usada para combinar la respuestas modales debidas a una sola componente sísmica. Smeby y Der Kiureghian (1985) propusieron una extensión de la regla *CQC*. Dicha regla, conocida como regla *CQC3*, puede estimar las respuestas modales producidas por las tres componentes sísmicas. Smeby y Der Kiureghian (1985) y López y Torres (1996) aplicaron la regla anterior a edificios con geometría regular. Posteriormente, Menun y Der Kiureghian (1998) extendieron los dos trabajos anteriores a estructuras tridimensionales más complejas sometidas a la acción de las dos componentes horizontales. López *et al.* (2001) evaluaron la precisión de las reglas *SRSS* y del *porcentaje* comparando los resultados estimados con los valores críticos de la respuesta

determinado de acuerdo a la regla *CQC3*. En dicha evaluación las dos componentes horizontales fueron usadas. Recientemente, Hernández y López (2003), extendieron el trabajo anterior considerando el efecto de la componente vertical. La respuesta crítica fue calculada para dos casos: 1) suponiendo que una componente sísmica principal actúa en la dirección vertical (regla *CQC3*) y cuando la componente anterior forma un ángulo con dicha dirección (regla *GCQC3*). Demostraron que la inclinación de una componente principal con el eje vertical puede tener un efecto importante en la respuesta estructural.

A pesar de las importantes contribuciones de las investigaciones anteriores, las limitaciones generales en la mayoría de esos estudios son que se usaron análisis elásticos y/o marcos de concreto y que los modelos fueron demasiado simplificados (pocos pisos y marcos planos conectados por diafragmas rígidos). Consecuentemente, el comportamiento inelástico de todos los elementos estructurales (incluyendo vigas y columnas), disipación de energía y contribuciones de los modos más altos de vibración no fueron propiamente considerados. Además, marcos de acero modelados como sistemas de varios grados de libertad no han sido estudiados. Si un marco de acero resistente a momento (*MARM*) se modela como un marco con diafragma rígido, una de las fuentes más importantes de disipación de energía, i.e. la energía disipada en articulaciones plásticas de vigas, es ignorada. Ha sido demostrado que el factor de reducción de fuerzas (Reyes-Salazar *et al.*, 2000) de un *MARM* depende significativamente de su capacidad para disipar energía. Similarmente, estudios numéricos han demostrado (Wang y Wen, 2000) que la modelación de un *MARM* mediante marcos de cortante podría subestimar la respuesta estructural.

En esta investigación, la regla *SRSS* y la del *30%*, usadas en códigos con previsiones de diseño sísmico para evaluar el efecto de las dos componentes horizontales de un terremoto, se re-evalúan. Usando un programa de cómputo basado en el Método de Elemento Finito no lineal y dominio en el tiempo, desarrollado por los autores y colaboradores, la respuesta sísmica máxima inelástica de varios modelos se estima mediante la aplicación simultánea de ambas componentes. La respuesta se expresa en términos de los valores máximos del cortante basal, desplazamientos de entrepiso, y cargas axiales en las columnas de la base. Después, las reglas de combinación antes mencionadas se re-evalúan. Cuatro *MARM* tridimensionales, representando diferentes características dinámicas, se usan en el estudio. Los marcos se modelan como sistemas complejos de varios grados de libertad (*VGDL*). Consecuentemente la disipación de energía y los modos más altos de vibración son explícitamente considerados. Se consideran seis grados de libertad por nudo. Los marcos se excitan por varios registros sísmicos los que se seleccionan para representar las características diferentes de movimientos fuertes. Los registros sísmicos se escalan para producir en cada uno de los marcos un desplazamiento de entrepiso máximo aproximado de 2%. El efecto de la componente vertical de los terremotos se desprecia y las componentes horizontales se suponen independientes (Yamamura, 1990).

## REGLAS DE COMBINACIÓN

Como se comentó anteriormente, el efecto de cada componente horizontal comúnmente se estima individualmente y se combina después de acuerdo a ciertas reglas. Las formas más comunes de

combinación son la regla *SRSS* y la del *30%*. Estos dos procedimientos se explican brevemente a continuación.

Definamos como  $R_X$  al valor máximo absoluto del efecto (carga axial, desplazamiento de entrepiso, cortante, etc.) en un punto particular de un miembro particular de una estructura producido por la componente horizontal en dirección  $X$  de un terremoto. Definamos también como  $R_Y$  al valor máximo absoluto del mismo efecto producido por la componente horizontal del terremoto en dirección  $Y$ . Entonces, el efecto combinado puede ser obtenido como el más desfavorable de:

$$R_{C1} = R_X + \lambda R_Y \text{ o } R_{C1} = \lambda R_X + R_Y \quad (1)$$

Si  $\lambda=0.3$  en la Ec. 1, se representa la regla de combinación del *30%*. De acuerdo a la regla de *SRSS* la respuesta combinada está dada por:

$$R_{C2} = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} \quad (2)$$

La precisión de los procedimientos anteriores en la estimación de la respuesta combinada se determina mediante la comparación de los valores  $R_{C1}$  (con  $\lambda=0.3$ ) y  $R_{C2}$  con la *respuesta exacta*. Dicha respuesta se obtiene de la aplicación simultánea de ambas componentes horizontales. La precisión de otras reglas de combinación también se evalúa. Esto se discute adelante en las Secciones 6, 7 y 8 del artículo.

## FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Un algoritmo de análisis basado en el Método de Elemento Finito y dominio en el tiempo desarrollado por los autores y colaboradores (Gao y Haldar, 1995; Reyes-Salazar, 1997) se usa para evaluar el efecto de ambas componentes horizontales en la respuesta estructural. El procedimiento estima las respuestas sísmicas no lineales de marcos de acero considerando las principales fuentes de disipación de energía y las no linealidades geométricas y del material. Debido a su eficiencia, particularmente para marcos de acero, el Método de Elemento Finito basado en hipótesis de esfuerzos se usa en este estudio (Kondo y Atluri, 1987). Usando esta aproximación se deriva una forma explícita de la matriz de rigidez tangente sin necesidad de integración numérica. Un menor número de elementos puede usarse para describir la deformación sin sacrificar exactitud. Además, la no linealidad del material puede ser incorporada en el algoritmo sin perder su simplicidad básica. Esto da resultados muy exactos y es eficiente comparado a la formulación basada en hipótesis de desplazamientos. El procedimiento ha sido estudiado y verificado con resultados teóricos y experimentales. Solo algunas ecuaciones básicas se dan aquí debido a la falta de espacio.

Para el caso no lineal, las ecuaciones de movimiento para cargas dinámicas y sísmicas pueden expresarse en forma incremental como (Bathe, 1982):

$$M^{(t+\Delta t)}\ddot{U}^{(k)} + {}^tC^{(t+\Delta t)}\dot{U}^{(k)} + {}^tK^{(t+\Delta t)}\Delta U^{(k)} = {}^{(t+\Delta t)}F^{(k)} - {}^{(t+\Delta t)}R^{(k-1)} - M\ddot{U}_g^{(k)} \quad (3)$$

donde  $M$  es la matriz de masas;  ${}^tC$  y  ${}^tK$  son las matrices de amortiguamiento y de rigidez tangente del sistema en el tiempo  $t$ , respectivamente;  ${}^{(t+\Delta t)}\ddot{U}^{(k)}$ ,  ${}^{(t+\Delta t)}\dot{U}^{(k)}$ ,  ${}^{(t+\Delta t)}\Delta U^{(k)}$  y  ${}^{(t+\Delta t)}F^{(k)}$  son los vectores de aceleración, de velocidad, de desplazamientos incrementales y de fuerzas externas de la  $k$ -ésima iteración en el tiempo  $t+\Delta t$ , respectivamente; y  ${}^{(t+\Delta t)}R^{(k-1)}$  es el vector de fuerzas internas de la  $(k-1)$ -ésima iteración en el tiempo  $t + \Delta t$ . El procedimiento de análisis de integración numérica directa paso a paso conjuntamente con el Método  $\beta$  de Newmark se usa para resolver la Ec. 3.

Las no linealidades geométricas y del material se consideran en la matriz de rigidez tangente. Esto implica que, además de la relación esfuerzo-deformación elástica, la relación esfuerzo-deformación inelástica necesita ser incorporada en las ecuaciones constitutivas si la condición de fluencia se satisface. Los detalles matemáticos de la derivación no se muestran aquí, pero pueden ser encontrados en la literatura (Kondo y Atluri, 1987). Varios criterios de fluencia han sido propuestos en la literatura en términos de componentes de esfuerzos y fuerzas nodales. Puesto que las fuerzas nodales se obtienen directamente en el método propuesto, el criterio de fluencia usado aquí se expresa en términos de fuerzas nodales. Cuando la acción combinada de los esfuerzos resultantes satisface una función de fluencia prescrita en los puntos más esforzados de un elemento dado, se asume que una articulación plástica ocurre instantáneamente en ese punto. La función de fluencia depende tanto del tipo de sección como del tipo de carga que actúa en el elemento (Mahadevan y Haldar, 1991). La función de fluencia para elementos viga-columna tipo  $W$  (usadas en este estudio) de marcos de acero tridimensionales tiene la siguiente forma:

$$\left(\frac{P}{P_n}\right)^2 + \left(\frac{M_X}{M_{nX}}\right)^2 + \left(\frac{M_Y}{M_{nY}}\right)^2 + \left(\frac{M_Z}{M_{nZ}}\right)^2 - 1 = 0 \quad (4)$$

donde  $P$  es la fuerza axial,  $M_X$  y  $M_Y$  son los momentos flexionantes con respecto al eje mayor y menor, respectivamente,  $M_Z$  es el momento torsionante,  $P_n$  es la resistencia axial,  $M_{nX}$  y  $M_{nY}$  son las resistencias flexionantes con respecto al eje mayor y menor, respectivamente y  $M_{nZ}$  es la resistencia torsional.

Las deformaciones axiales y las rotaciones adicionales producidas por la presencia de articulaciones plásticas se consideran en la matriz de rigidez tangente y en el vector de fuerzas internas en el estado plástico. Expresiones explícitas para la matriz de rigidez tangente elasto-plástica y el vector de fuerzas internas elasto-plástico también se desarrollan. Dependiendo del nivel de excitación del terremoto en una estructura, todos los elementos pueden permanecer elásticos o algunos pueden permanecer elásticos y el resto en estado plástico. La matriz de rigidez y el vector de fuerzas internas de la estructura se obtienen de los elementos individuales y el estado particular (elástico o plástico) en el que se encuentran.

Con base en una extensa revisión bibliográfica se observa que la matriz de masas concentrada y el amortiguamiento tipo Rayleigh comúnmente se usan en la profesión. El Modelo de Rayleigh para amortiguamiento se expresa matemáticamente por:

$$c = \alpha M + \gamma ' K \quad (5)$$

donde  $\alpha$  y  $\gamma$  son constantes de proporcionalidad. El uso de las matrices de masas y de rigidez, constituye una aproximación razonable para estimar la energía disipada por amortiguamiento viscoso en un análisis sísmico no lineal. Las constantes  $\alpha$  y  $\gamma$  pueden ser determinadas, primero especificando razones de amortiguamiento  $\xi_i$  y  $\xi_j$  para los modos  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo, respectivamente, y después resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas (Clough y Penzien, 1993):

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (6)$$

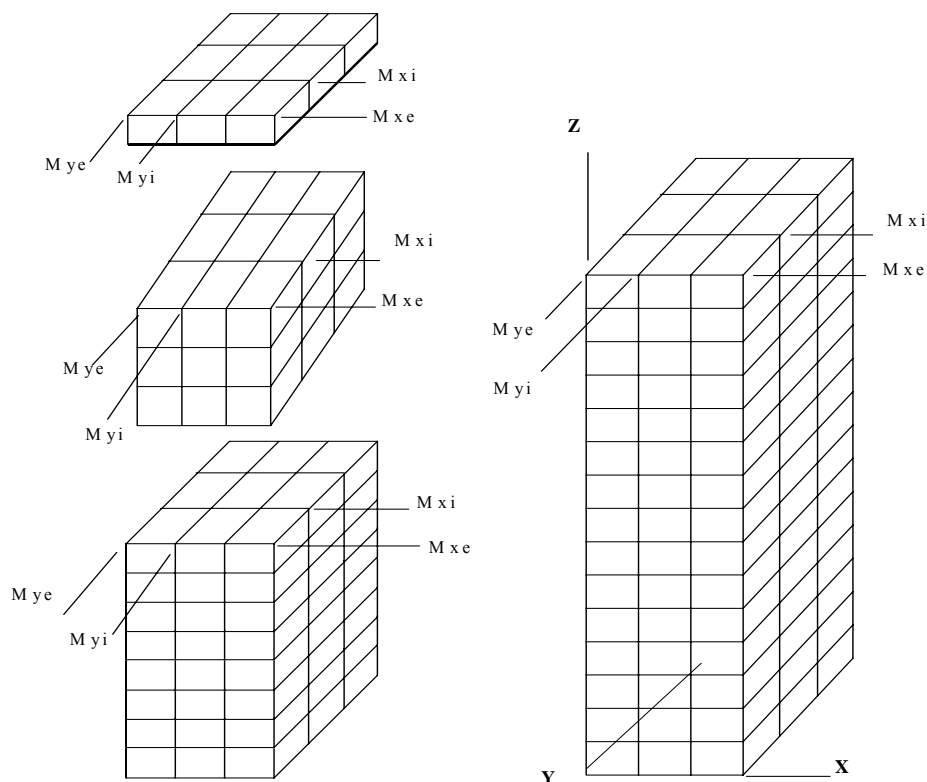
donde  $\omega_i$  y  $\omega_j$  son la frecuencias naturales de los modos fundamentales de vibración en la dirección mayor ( $X$ ) y menor ( $Y$ ), respectivamente. Estas frecuencias se calculan usando el Método de Stodola en este estudio.

Un programa de cómputo ha sido desarrollado para implementar el algoritmo. El programa ha sido extensivamente verificado usando información disponible en la literatura. La respuesta estructural en términos de fuerzas de miembro (fuerzas axial y cortante, y momentos flexionante y torsionante), cortante total en la base, desplazamientos de entrepiso o cualquier otro parámetro de respuesta, puede ser estimada usando dicho programa.

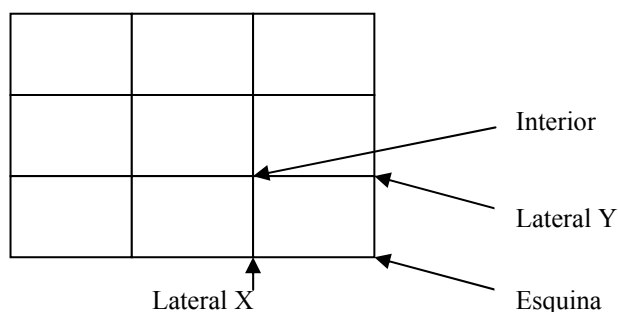
## MODELOS ESTRUCTURALES

Cuatro marcos de acero tridimensionales resistentes a momento se usan en el estudio. La geometría de los marcos se muestra en la Fig. 1a y el tamaño de sus miembros en la Tabla 1. La planta de los modelos y las columnas estudiadas se muestran en la Fig. 1b. Los marcos serán denotados como Modelos 1, 2, 3 y 4. Para cada modelo, cuatro marcos planos se indican en la Fig. 1a: dos interiores ( $M_{xi}$  y  $M_{yi}$ ) y dos exteriores ( $M_{xe}$  y  $M_{ye}$ ). La altura de piso de todos los modelos es de 3.66m y la longitud del claro es de 7.32 m, en ambas direcciones. Los marcos planos fueron diseñados de acuerdo al reglamento UBC y modificados siguiendo el concepto de columna fuerte y viga débil (SCWB). Con la excepción de los nudos exteriores y los localizados en la azotea, la razón de la suma de los momentos plásticos de las vigas conectadas a un nudo dado y la suma de los momentos plásticos de las columnas conectadas al mismo nudo varía de 0.68 a 0.91. Los periodos fundamentales de los Modelos 1, 2, 3 y 4 en dirección  $X$  son 0.21, 0.67, 1.15 y 1.32 s, respectivamente. Los valores correspondiente para la otra dirección son 0.34, 1.04, 1.61 y 1.93 s, respectivamente. En todos estos marcos, las columnas son de acero grado 50 y las vigas de acero A36. En el análisis sísmico de esos marcos, fuerzas nodales equivalentes fueron calculadas, como se requiere en el Método del Elemento Finito basado en hipótesis de esfuerzos usado en este estudio. Un nudo fue colocado en el claro medio de cada una de las vigas. En cada

nudo se consideraron 6 grados de libertad. Estos cuatro Modelos con diferentes características dinámicas se someten a la acción de 20 terremotos. Los terremotos se muestran en la Tabla 2 en orden creciente de acuerdo a su periodo predominante. Dichos terremotos son denotados como Terremotos 1 al 20.



a) Modelos estructurales



b) Ubicación de columnas

Figura 1. Modelos estructurales y ubicación de columnas

**Tabla 1. Secciones usadas**

MODELO	MARCO	NIVEL	COL EXT	COL INT	VIGAS	
1	Mxe	1	W14x74	W14x109	W21x44	
	Mxi	1	W14x99	W14x145	W21x57	
	Mye	1	W14x74	W14x99	W14x26	
	Myi	1	W14x109	W14x145	W14x38	
2	Mxe	1-2	W14x82	W14x99	W21x73	
		3	W14x82	W14x99	W18x40	
	Mxi	1-2	W14x99	W14x159	W18x71	
		3	W14x99	W14x159	W18x71	
	Mye	1-2	W14x82	W14x99	W18x40	
		3	W14x82	W14x99	W16x26	
	Myi	1-2	W14x99	W14x159	W18x71	
		3	W14x99	W14x159	W16x40	
3	Mxe	1-2	W14x120	W14x159	W24x94	
		3	W14x109	W14x159	W24x94	
		4-5	W14x109	W14x145	W24x84	
		6-7	W14x82	W14x132	W24x84	
		8	W14x82	W14x132	W21x50	
		1-2	W14x159	W14x211	W24x131	
		3	W14x145	W14x211	W24x131	
		4-5	W14x145	W14x193	W24x117	
	Mxi	6	W14x132	W14x176	W24x104	
		7	W14x132	W14x176	W24x104	
		8	W14x132	W14x176	W21x68	
		1-2	W14x120	W24x117	W24x55	
		3	W14x109	W14x159	W24x55	
		4-5	W14x109	W14x145	W21x57	
	Mye	6-7	W14x82	W14x132	W18x46	
		8	W14x82	W14x132	W16x31	
		1-2-3	W14x159	W14x211	W24x68	
		4-5	W14x145	W14x193	W21x73	
	Myi	6-7	W14x132	W14x176	W18x71	
		8	W14x132	W14x176	W16x40	
		1-2-3	W14x283	W14x370	W27x217	
		4-5	W14x257	W14x342	W27x194	
	4	Mxe	6-7	W14x233	W14x311	W27x178
			8-9	W14x211	W14x283	W27x161
			10-11	W14x193	W14x257	W27x146
			12-13	W14x176	W14x233	W27x114
			14-15	W14x145	W14x176	W21x68
			1-2-3	W14x398	W14x500	W27x258
4-5			W14x370	W14x455	W27x258	
6-7			W14x342	W14x398	W27x235	
Mxi		8-9	W14x311	W14x370	W27x217	
		10-11	W14x283	W14x342	W27x194	
		12-13	W14x257	W14x311	W27x161	
		14-15	W14x211	W14x233	W21x93	
		1-2-3	W14x283	W14x398	W27x129	
		4-5	W14x257	W14x370	W27x114	
		6-7	W14x233	W14x342	W27x102	
		8-9	W14x211	W14x311	W27x94	
Mye	10-11	W14x193	W14x283	W27x84		
	12-13	W14x176	W14x257	W27x84		
	14	W14x145	W14x211	W24x76		
	15	W14x145	W14x211	W21x44		
	1-2-3	W14x370	W14x500	W27x146		
	4	W14x342	W14x455	W27x146		
	5	W14x342	W14x455	W27x129		
	6	W14x311	W14x398	W27x129		
Myi	7	W14x311	W14x398	W27x114		
	8-9	W14x283	W14x370	W27x114		
	10	W14x257	W14x342	W27x114		
	11	W14x257	W14x342	W27x102		
	12	W14x233	W14x311	W27x102		
	13	W14x233	W14x311	W24x84		
	14	W14x176	W14x233	W24x84		
	15	W14x176	W14x233	W21x50		

**Tabla 2. Modelos de Terremotos**

NÚMERO DE TERREMOTO	NOMBRE DE TERREMOTO	ESTACIÓN	PERIODO PREDOMINANTE (Seg)
1	EL SALVADOR 2001	RELACIONES EXTERIORES	0.11
2	EL CENTRO	ELC7	0.19
3	NORTHRIDGE	LOS ANGELES, WADSWORTH V.A. HOSPITAL	0.25
4	MÉXICO 1985	CAYACO, MICHOACÁN, MÉXICO	0.29
5	NORTHRIDGE	TOPANGA FIRE STATION	0.31
6	NORTHRIDGE	IRVINE, 2603 MAIN	0.38
7	EL CENTRO	ELC8	0.39
8	NORTHRIDGE	LOS ANGELES, BRENTWOOD V.A. HOSPITAL	0.49
9	NORTHRIDGE	LOS ANGELES, GRIFFITH OBSERVATORY	0.51
10	NORTHRIDGE	LOS ANGELES, WADSWORTH V.A. HOSPITAL	0.55
11	MÉXICO 1985	VILLITA, MICHOACÁN, MÉXICO	0.55
12	MÉXICO 1985	ATOYAC, MICHOACÁN, MÉXICO	0.58
13	NORTHRIDGE	HAWTHORNE FAA BLDG.	0.60
14	EL CENTRO	ELC0	0.68
15	MÉXICO 1985	APATZINGAN, MICHOACÁN, MÉXICO	0.91
16	EL SALVADOR 2001	AHUACHAPAN	1.03
17	MÉXICO 1985	CHILPANCINGO, GUERRERO, MÉXICO	1.05
18	EL CENTRO	ELC1	1.29
19	EL CENTRO	ELC5	2.10
20	EL CENTRO	ELC2	2.20

### EL FACTOR $Q$ ( $R_Y/R_X$ ) Y SU RELACIÓN CON LA RESPUESTA COMBINADA

Antes de iniciar con la evaluación de la precisión de las reglas de combinación, es importante establecer una relación entre el efecto combinado de acuerdo a las reglas  $SRSS$  ( $R_{C2}$ ) y del 30% ( $R_{C1}$ ) y la razón de las respuestas máximas independientes  $R_X$  y  $R_Y$ . Asumamos que  $R_X$  es el más grande de los dos valores máximos. Consecuentemente  $R_Y$  será el más pequeño. Si  $Q$  denota la razón del efecto más pequeño al más grande, esto es  $Q=R_Y/R_X$ , entonces  $R_{C2}$  puede expresarse como:

$$R_{C2} = \sqrt{R_X^2 + (QR_X)^2} = R_X \sqrt{1 + Q^2} \quad (7)$$

$$\frac{R_{C2}}{R_X} = \sqrt{1 + Q^2} \quad (8)$$

De la misma manera  $R_{C1}$  puede expresarse como:

$$R_{C1} = R_X + \lambda QR_X \quad (9)$$

$$\frac{R_{C1}}{R_X} = 1 + Q\lambda \quad (10)$$

Por lo tanto el cociente de las dos respuestas combinadas, definido como  $R$ , está dado por:

$$R = \frac{R_{C2}}{R_{C1}} = \frac{\sqrt{1+Q^2}}{1+Q\lambda} \tag{11}$$

Los valores del cociente  $R$ , dados por la Ec. 11, se grafican en la Fig. 2 para varios valores (supuestos) de  $Q$  y  $\lambda$ . Se observa que los valores de  $R_{C2}$  y  $R_{C1}$  están más cerca entre si, cuando  $\lambda=0.3$ . Si la regla de combinación *SRSS* diera la solución exacta, el error introducido al usar  $\lambda=0.3$  sería cero para  $Q=0.67$ . El máximo error de subestimación sería aproximadamente 4% para  $Q=0.32$  y el máximo error de sobreestimación sería aproximadamente 8% para  $Q=1.0$ . Esto parece indicar que la regla de combinación del 30% se basa en la suposición de que la regla *SRSS* da la solución exacta. Sin embargo, como se muestra más adelante, la respuesta combinada de acuerdo a la regla *SRSS* puede ser diferente de la solución exacta. En consecuencia, si  $\lambda=0.3$  se usa en la Ec. 1, errores importantes pueden ser introducidos de acuerdo a esta regla. Entonces, la exactitud de evaluar la respuesta combinada usando  $\lambda=30\%$ , dependerá significativamente de los valores del parámetro  $Q$  como se puede observar de la Ec. 9. Si  $Q$  tiende a 0, la respuesta combinada  $R_{C1}$  tenderá a  $R_X$ . Por lo que si el valor real de  $\lambda$  es mayor o menor que 0.3, la respuesta combinada podría ser correctamente estimada. Por otro lado, si  $Q$  tiende a 1.0, la respuesta combinada tenderá a 1.3  $R_X$ . Consecuentemente si  $\lambda$  real es mayor que 0.3, la respuesta combinada podría ser subestimada.

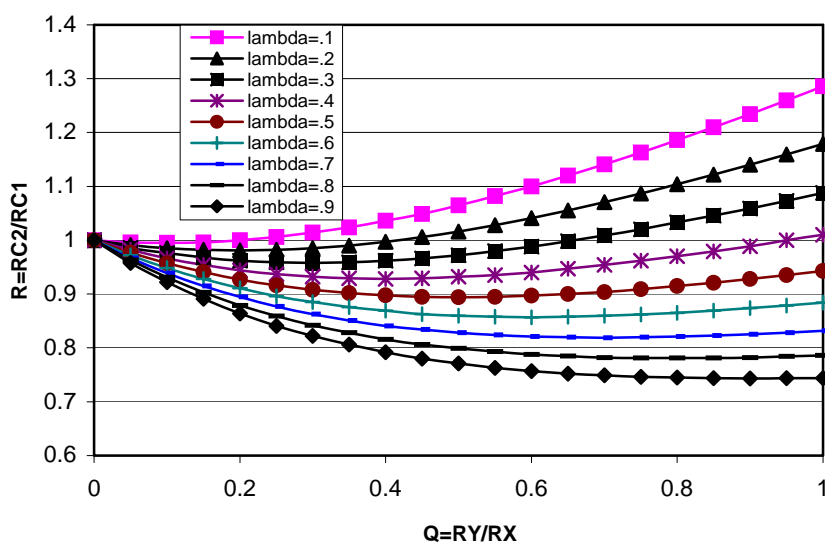


Figura 2. Razón de respuestas combinadas

### EVALUACIÓN DE LA REGLA DEL 30%

Para cada uno de los registros sísmicos, la componente horizontal con la máxima aceleración se aplica en la dirección fuerte (dirección  $X$ ) y la otra componente se aplica en la dirección débil. En la evaluación de la precisión de la regla del 30% se realizaron los siguientes análisis:

- a) los marcos se sometieron a la acción individual de cada componente. Los valores máximos para un parámetro de respuesta dado se denotan como  $R_X$  y  $R_Y$ , como se discutió previamente,

y el más grande se identifica. Para fines de ilustración,  $R_X$  y  $R_Y$  se redefinen:  $R_{max}$  y  $R_{min}$  representan el mayor y el menor de los valores absolutos máximos, respectivamente. En la Figura 3 se muestran estos valores para una caso hipotético.

- b) los marcos se sometieron a la acción simultánea de ambas componentes. El resultado obtenido de este análisis da la *solución exacta* ( $R_{exacta}$ ). Después el parámetro  $\lambda$  se determina como:

$$\lambda = \frac{R_{exacta} - R_{max}}{R_{min}} \quad (12)$$

El parámetro  $\lambda$  dado en la Ec. 1 se estima para cargas axiales máximas en las columnas de la base, desplazamientos de entrepiso promedio máximos y para el cortante máximo en la base. Los resultados de acuerdo a análisis elástico, para cargas axiales en columnas laterales en dirección  $X$  se muestran en la Fig. 4a, para todos los modelos. Se observa que, para un modelo dado, los valores de  $\lambda$  varían significativamente de un terremoto a otro sin mostrar alguna correlación. Además, para un terremoto dado, ninguna correlación se observa entre  $\lambda$  y el periodo fundamental de los modelos. Es importante notar que el valor de 30% se excede en varios casos. La implicación de esto es que si los valores de  $\lambda$  son mucho mayores que 30%, esta regla podría subestimar la respuesta estructural combinada.

Los resultados inelásticos para columnas laterales en dirección  $X$ , para todos los modelos, se presentan en la Fig. 4b. Las observaciones principales hechas para análisis elástico también se aplican a análisis inelástico. La única observación adicional que puede hacerse en general es que el número de casos en el cual el valor de 30% se excede, es mayor para análisis inelástico. Los valores de  $\lambda$  para columnas laterales en dirección  $Y$ , columnas interiores y de esquina, también se estiman, tanto para análisis elástico como inelástico. Sin embargo, los resultados no se muestran debido a la falta de espacio. De un análisis general de los resultados se concluye que el número de casos de subestimación es mayor para columnas de esquina que para las laterales, el cual a su vez es mayor que para las interiores. Además se observa que para una columna en particular dicho número es mayor para análisis inelástico que para elástico.

Los valores de  $\lambda$  para desplazamientos de entrepiso promedio en dirección  $X$  se muestran en la Fig. 5. Los resultados ilustran que, al igual que para carga axial, los valores de  $\lambda$  son mayores que 30% en la mayoría de los casos. Ninguna correlación se muestra entre el parámetro  $\lambda$  y los periodos predominantes de los terremotos o entre los valores  $\lambda$  y los periodos fundamentales de los modelos. Los valores de  $\lambda$  para desplazamientos de entrepiso en dirección  $Y$ , y para el cortante basal en ambas direcciones, son similarmente estimados pero no se muestran. Las observaciones son similares que las de cortante basal en dirección  $X$ .

De la discusión anterior se puede concluir que los valores de  $\lambda$  varían con el período fundamental de los modelos, del periodo predominante de los terremotos, del parámetro de respuesta seleccionado y su localización, y del tipo de análisis. La observación más importante que puede hacerse hasta ahora es que los valores de  $\lambda$  pueden ser significativamente mayores que 30%.

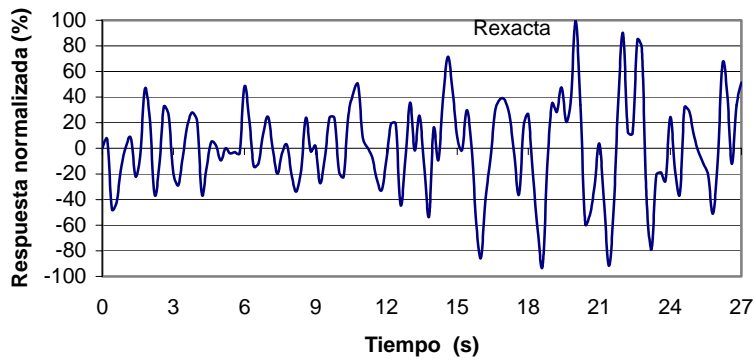
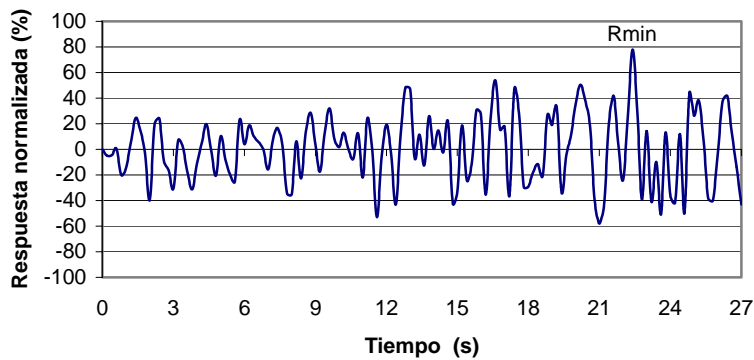
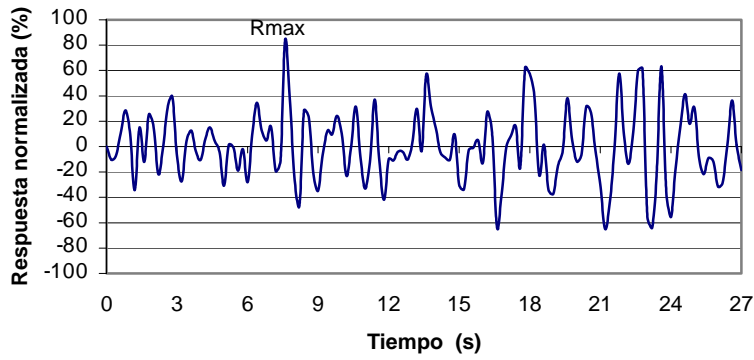


Figura 3. Respuestas máximas individuales y

### ERRORES INTRODUCIDOS

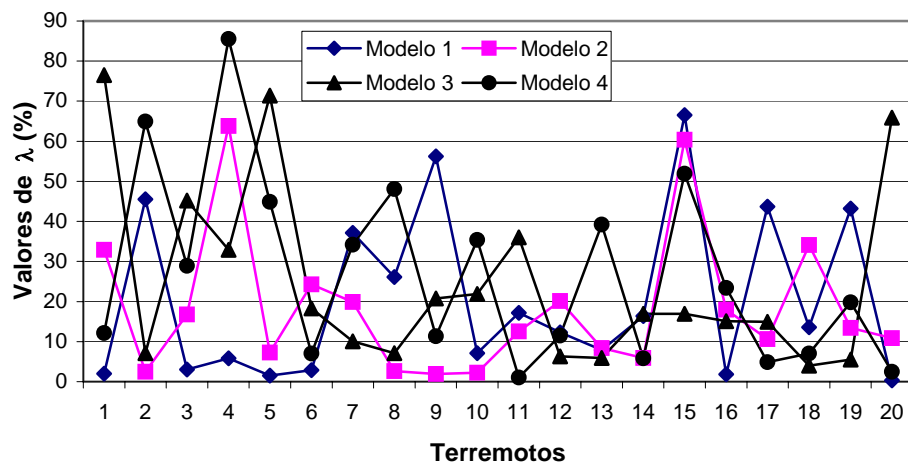
El efecto combinado se estima según las reglas *SRSS* y del 30% y se compara con el resultado de la solución exacta. Dicho efecto se calcula también de acuerdo a cuatro formas adicionales: usando  $\lambda=40\%$ , 50% y 60% (en lugar de  $\lambda=30\%$ ), e incrementando la respuesta máxima en un 20% (esto es, la respuesta combinada es 1.2 veces  $R_{max}$ ). Estas cuatro reglas de combinación

adicionales serán referidas en adelante como las reglas del 40%, del 50%, del 60% y de  $1.2R_{max}$ , respectivamente. Para propósitos de comparación, los siguientes términos de error se definen:

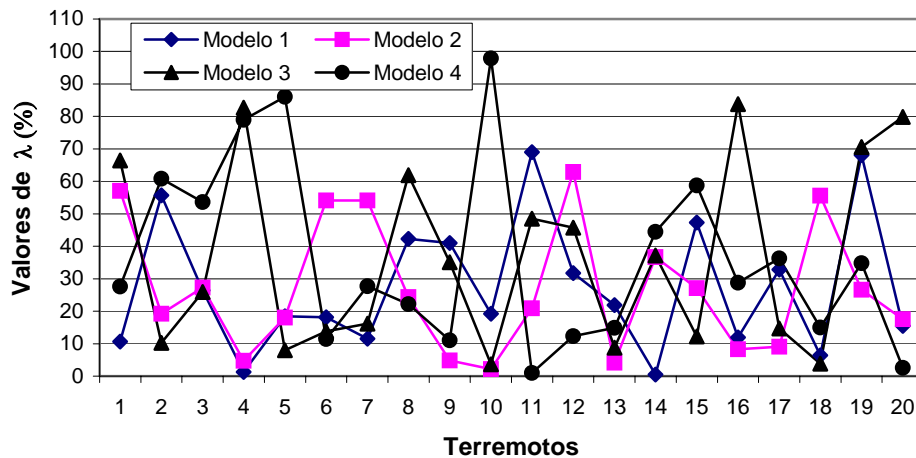
$$E_{SRSS} = \frac{\text{valor SRSS} - \text{valor exacto}}{\text{valor exacto}} \quad (13)$$

$$E_{30\%} = \frac{\text{valor 30\%} - \text{valor exacto}}{\text{valor exacto}} \quad (14)$$

$$E_{40\%} = \frac{\text{valor 40\%} - \text{valor exacto}}{\text{valor exacto}} \quad (15)$$



a) Caso elástico



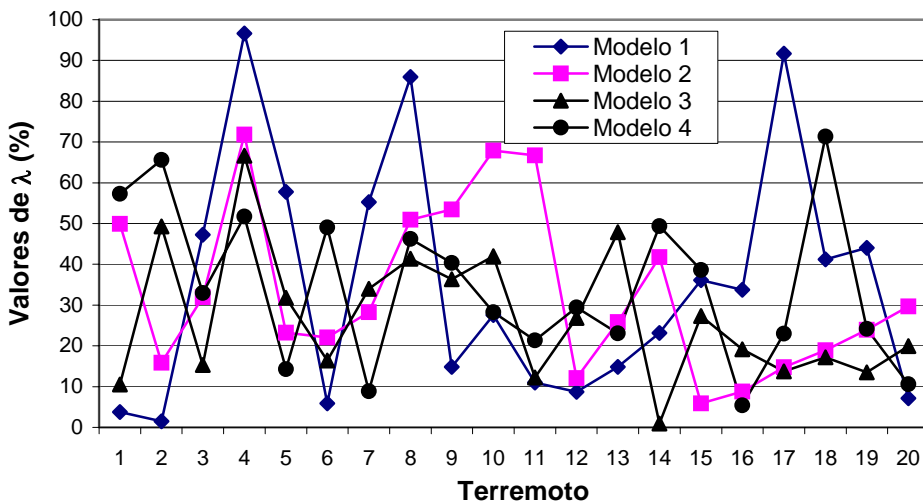
b) Caso inelástico

Figura 4. Valores de  $\lambda$  para columnas laterales

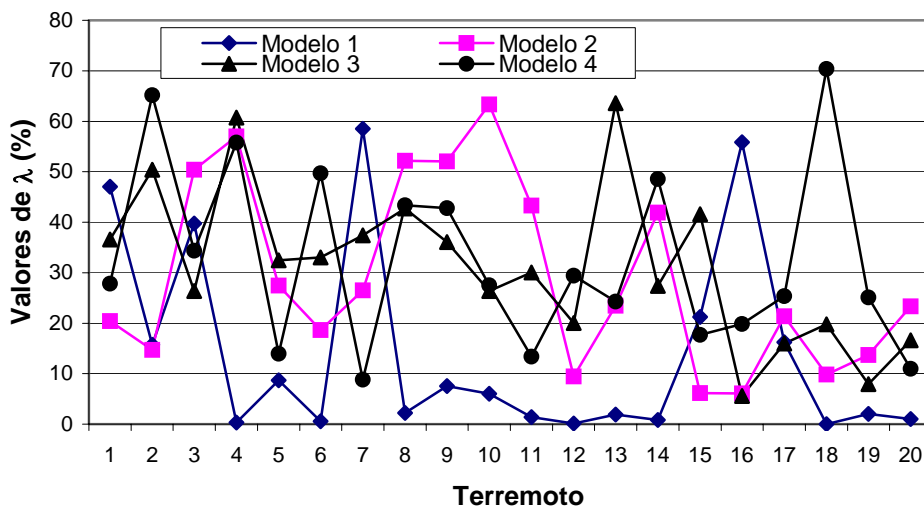
$$E_{50\%} = \frac{\text{valor } 50\% - \text{valor exacto}}{\text{valor exacto}} \tag{16}$$

$$E_{60\%} = \frac{\text{valor } 60\% - \text{valor exacto}}{\text{valor exacto}} \tag{17}$$

$$E_{1.2R_{\max}} = \frac{\text{valor } 1.2R_{\max} - \text{valor exacto}}{\text{valor exacto}} \tag{18}$$



a) Caso elástico



b) Caso inelástico

Figura 5. Valores de λ para desplazamientos de entresiso

donde los términos *valor exacto*, *valor SRSS*, *valor 30%*, *valor 40%*, *valor 50%*, *valor 60%* y *valor 1.2Rmax*, representan el efecto combinado según la solución exacta, regla *SRSS*,  $\lambda=30\%$ ,  $\lambda=40\%$ ,  $\lambda=50\%$ ,  $\lambda=60\%$  y la respuesta máxima incrementada en un 20%, respectivamente. Un error negativo en cualquiera de las ecuaciones anteriores implica que la combinación bajo consideración subestima el efecto combinado de ambas componentes; en otras palabras, el resultado es no conservador. Un valor positivo del error indica que la regla de combinación sobreestima el efecto combinado y por lo tanto es conservador. Los errores se calculan para la carga axial en las columnas de la base, para desplazamientos de entrepiso promedio y el cortante basal, en ambas direcciones, para todos los modelos y los dos tipos de análisis.

### Análisis elástico

El error para carga axial en las columnas del Modelo 1 se muestra en las Figs. 6 y 7. Los resultados indican que tanto la regla del 30% como la *SRSS* son, en general, apropiadas para estimar la respuesta combinada. La magnitud de los errores introducidos es pequeña en la mayoría de los casos. Dichos errores presentan ambos signos (positivos y negativos).

Se muestra también que, en general, la curva de la regla del 30% está por encima de la curva correspondiente a la regla *SRSS*. En otras palabras la regla del 30% es más conservadora que la regla *SRSS*. Esto se debe a que el valor de  $Q$ , discutido anteriormente, es menor que 0.67 en la mayoría de los casos. No se observa ninguna correlación entre la magnitud de los errores y el periodo predominante de los sismos. Se muestra además que al incrementar  $\lambda$  de 30% a 40%, no necesariamente se incrementa el error respecto al de 30%. Como se discutió anteriormente, la respuesta combinada depende del valor del parámetro  $Q$ . Si  $Q$  es pequeña, incrementos de  $\lambda$  de 30% o 40%, incluso hasta de 60%, puede resultar en incrementos insignificantes de  $R_{CI}$  y consecuentemente el error permanece prácticamente igual (Fig. 6a, Terremoto 8). Para otros casos, sin embargo, el incremento en  $R_{CI}$  puede ser considerable (Fig. 6a, Terremoto 5). Los resultados de las Figs. 6 y 7 también indican que las reglas del 60% y la *1.2Rmax* pueden ser demasiado conservadoras en la estimación de la respuesta combinada. Al igual que para las otras reglas, no se observa correlación entre la magnitud de los errores y el periodo predominante de los sismos.

Los errores para las cargas axiales en columnas de los Modelos 2, 3 y 4, son similarmente estimados pero los valores no se muestran. Las principales observaciones hechas para el Modelo 1 son válidas también para estos modelos. Los errores para las reglas *SRSS* y del 30% son hasta de -30% en algunos terremotos y modelos. Sin embargo, para la mayoría de los casos la respuesta es sobreestimada. De un análisis general de los resultados para todas las columnas y modelos, se observa que no hay correlación entre el error introducido y el periodo fundamental de los modelos. También se muestra que la regla de *1.2Rmax* es más conservadora en general para columnas laterales que para interiores y de esquina.

Los errores en términos de desplazamientos de entrepiso y del cortante basal, para ambas direcciones, para todos los modelos y reglas de combinación, también se estiman. Los resultados para desplazamientos de entrepiso en dirección  $X$  se presentan en las Figs. 8 y 9. Se observa que

la regla del 30% estima apropiadamente el efecto combinado en términos de estos parámetros. La regla SRSS subestima el efecto combinado en algunos casos, sin embargo, el error que se introduce es pequeño. Esto resulta coherente. Para el caso elástico, una de las respuestas máximas individuales ( $R_X$ ) en términos del cortante basal y desplazamientos de entrepiso es mucho mayor comparada con la otra (i.e.  $Q$  es pequeño). Entonces,  $R_{C1}$  y  $R_{C2}$  serán cercanas entre sí y al mismo tiempo cercanas a  $R_X$ . Si además estos resultan cercanos a la solución exacta, la magnitud de los errores negativos introducidos de acuerdo a las ecuaciones 13 y 14 (reglas SRSS y del 30%) serán pequeños. Obviamente, la magnitud de los errores negativos introducidos por las Ecs. 15 a 17 serán aun más pequeños. Se observa que la dispersión del error tiende a incrementarse con el periodo fundamental de los modelos.

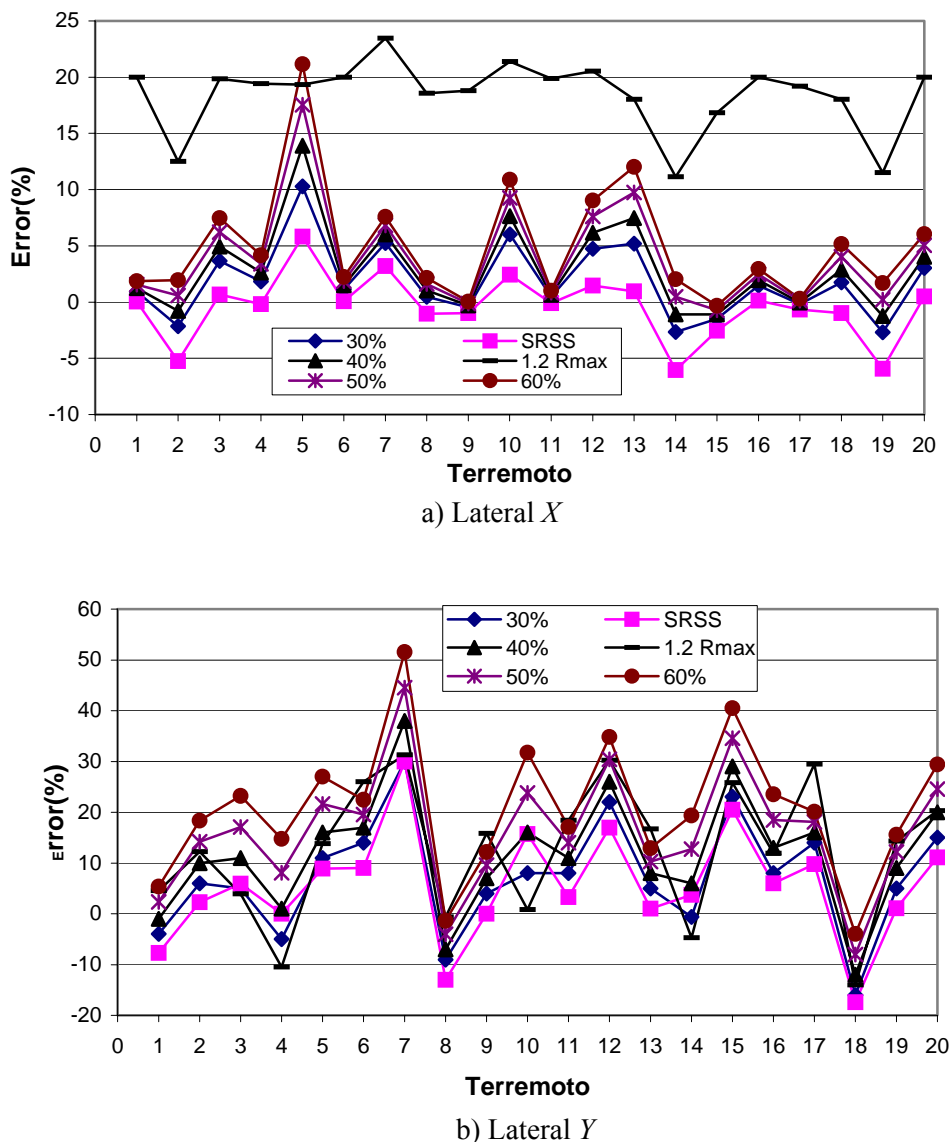


Figura 6. Cargas axiales, columnas laterales, Modelo 1 elástico

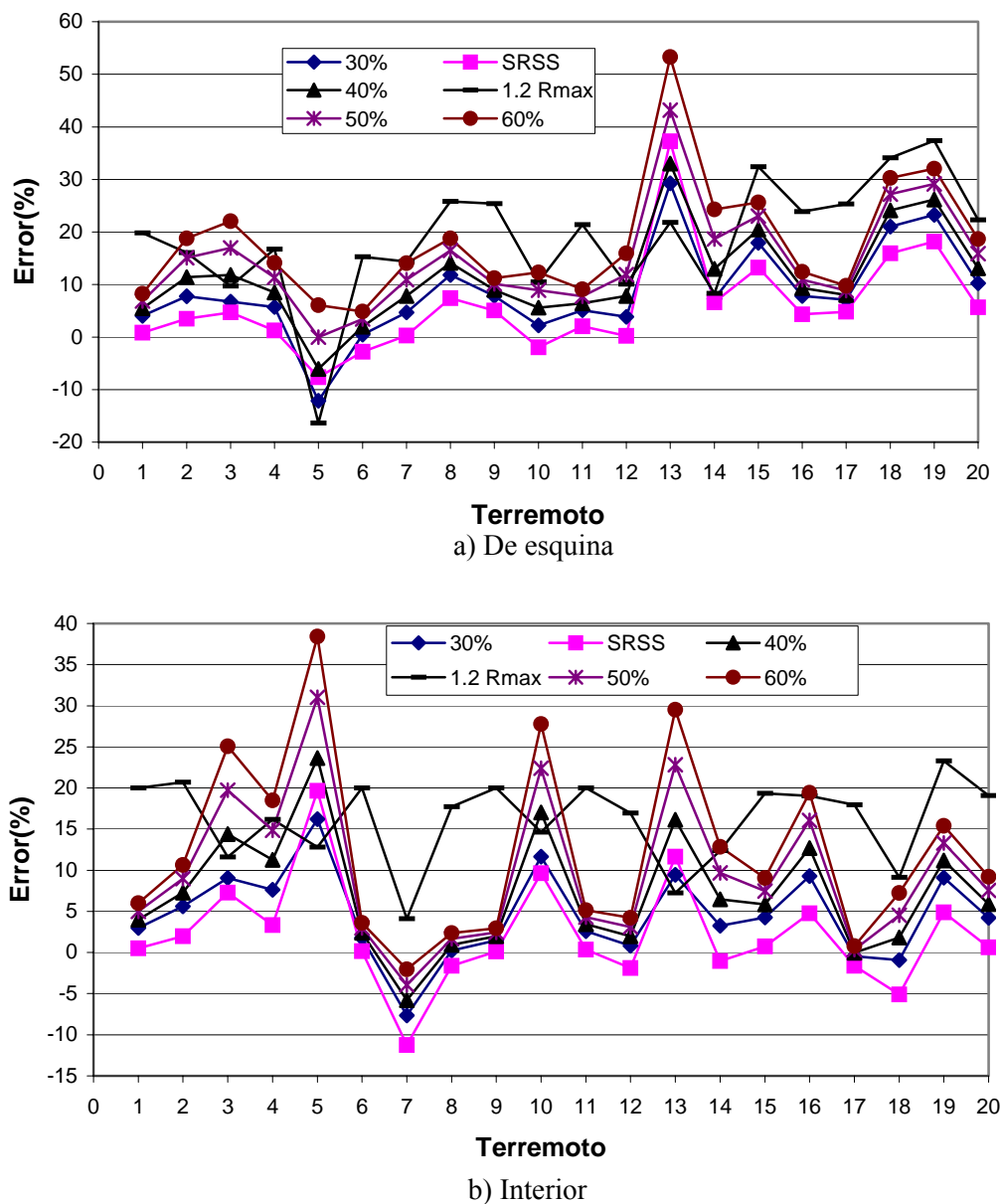
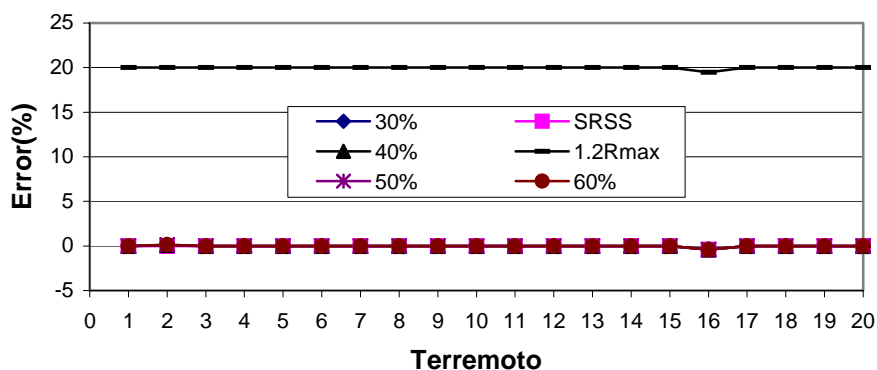


Figura 7. Cargas axiales, columnas de esquina e interiores, Modelo 1, elástico

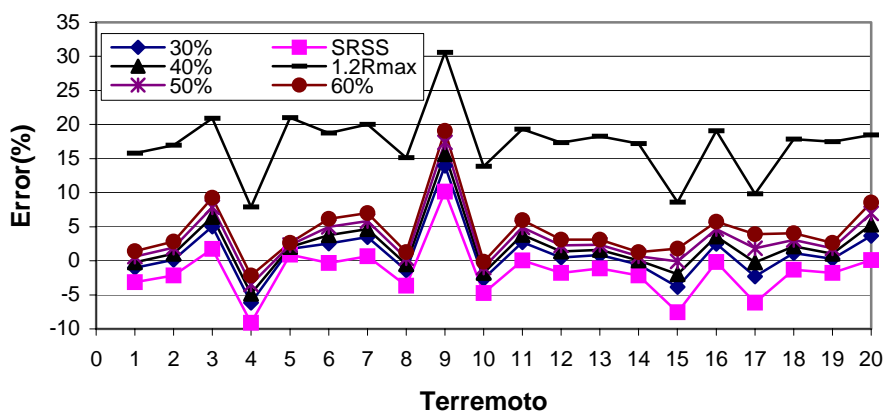
Al igual que para el caso de carga axial, la sobreestimación es mayor para la regla del 30% que para la regla SRSS. También se observa que la regla  $1.2R_{max}$  significativamente sobreestima la respuesta en todos los casos. La sobreestimación es mayor que para el caso de cargas axiales. Además, puesto que  $R_{C1}$  y  $R_{C2}$  son muy cercanas a la solución exacta, el error introducido según esta regla (Ec. 18) es aproximadamente 20% para la mayoría de los casos.

### Análisis inelástico

El error para cargas axiales en columnas de la base del Modelo 1, para el caso inelástico, se muestra en las Figs. 10 y 11. Al igual que para análisis elástico, para una regla dada, no se observa correlación entre la magnitud de los errores y el periodo predominante de los sismos. Se observa que tanto la regla *SRSS* como la del 30% subestiman la respuesta combinada en varios de los casos. Sin embargo, el número de casos y la magnitud de los errores negativos son mayores para el caso inelástico. Por ejemplo, para análisis elástico, el error máximo negativo según la regla *SRSS* para columnas laterales en dirección *X* es mayor o igual que  $-5\%$  en tres casos (Fig. 6a). Para el caso inelástico el error correspondiente es mayor o igual que  $-5\%$  en siete casos (Fig. 10a). El error es igual o mayor que  $-15\%$  cuando menos en cuatro casos. Se observa que para estas dos reglas el nivel de subestimación en general es mayor para columnas de esquina e interiores que para columnas laterales. Las reglas del 40% y 50% subestiman la respuesta combinada en varios de los casos. La regla del 60% subestima la respuesta solo en algunos casos.

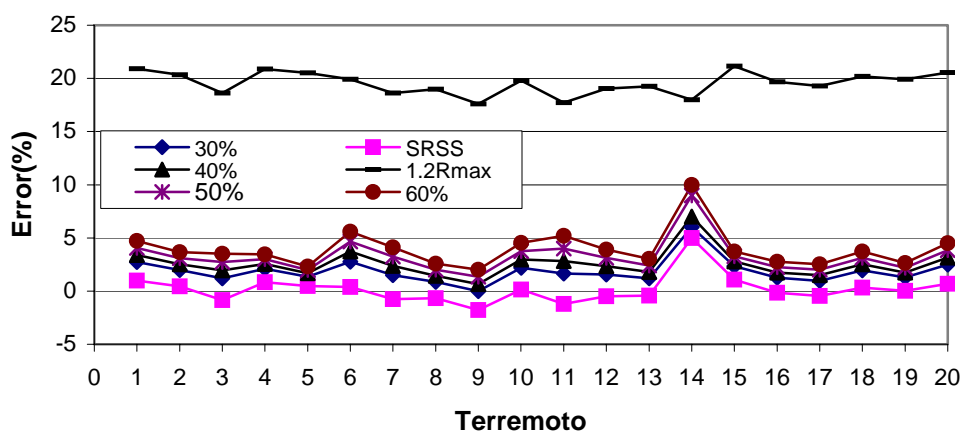


a) Modelo 1

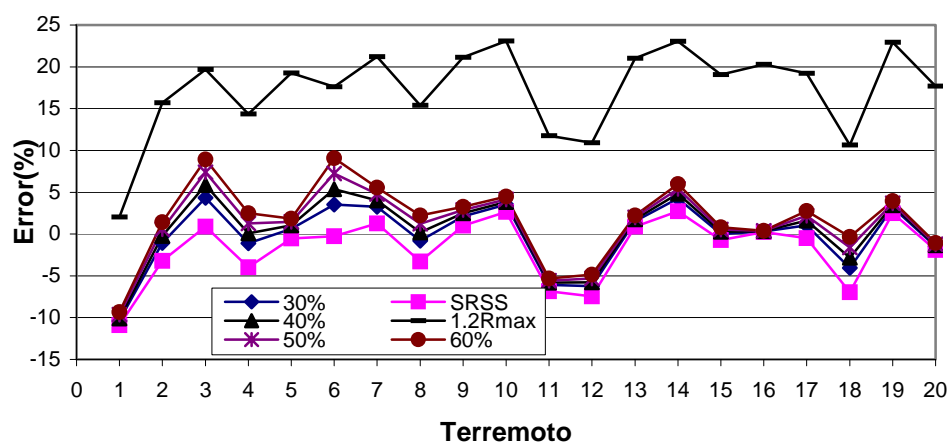


b) Modelo 2

Figura 8. Desplazamientos de entrepiso Modelos 1 y 2, elástico



a) Modelo 3



b) Modelo 4

Figura 9. Desplazamientos de entrepiso Modelos 3 y 4, elástico

Los resultados de las Figs. 10 y 11 indican además que para columnas laterales, la regla  $1.2R_{max}$ , al igual que para el caso elástico, es la que más sobreestima la respuesta combinada. Para columnas de esquina e interiores, sin embargo, a diferencia del caso elástico, la regla  $1.2R_{max}$  puede subestimar significativamente la respuesta combinada. Por ejemplo, para columnas de esquina esta regla subestima el efecto combinado solamente en un caso (Fig. 7a) para análisis elástico. Para análisis inelástico sin embargo, la respuesta combinada es subestimada en 15 casos (Fig. 11a). Esto indica que los resultados elásticos pueden ser muy diferentes de los inelásticos. La implicación de esto es que los resultados obtenidos de análisis elásticos de estructuras de marcos de acero sujetos a sismos fuertes pueden representar una aproximación burda. Los errores en términos de la carga axial en columnas de los Modelos 2, 3 y 4 también se estiman. Los resultados validan a aquellos del Modelo 1.

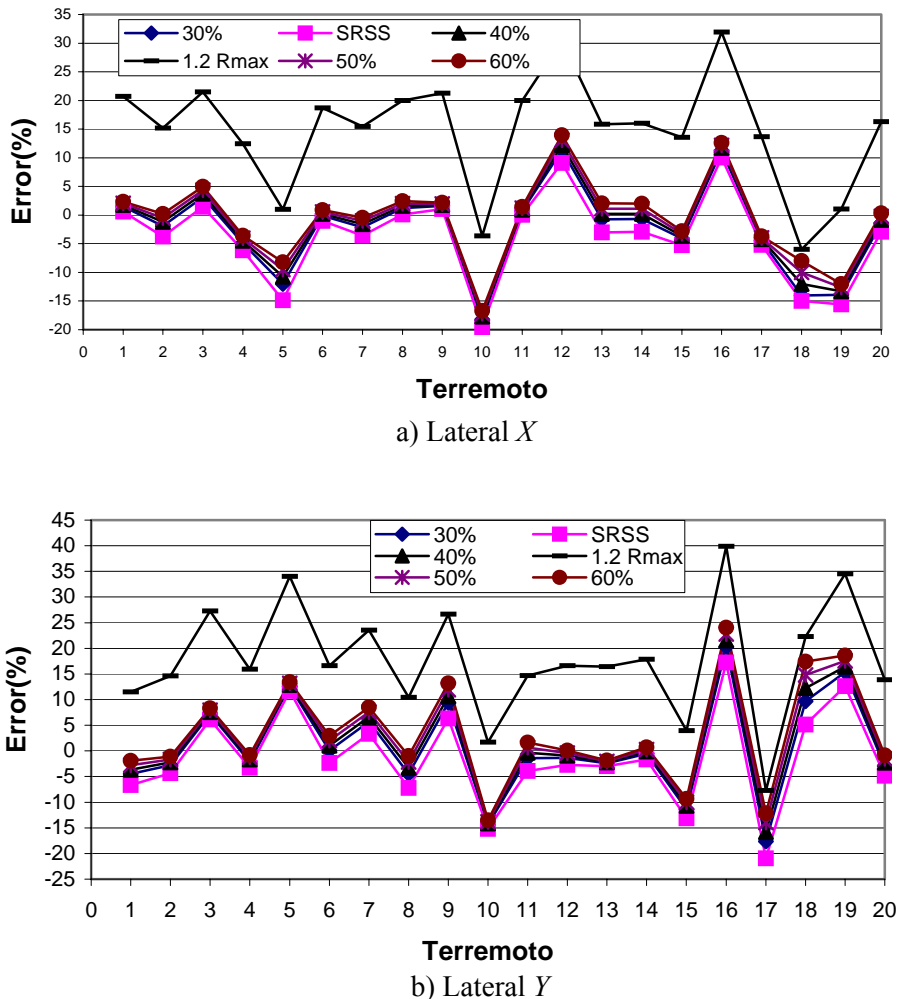
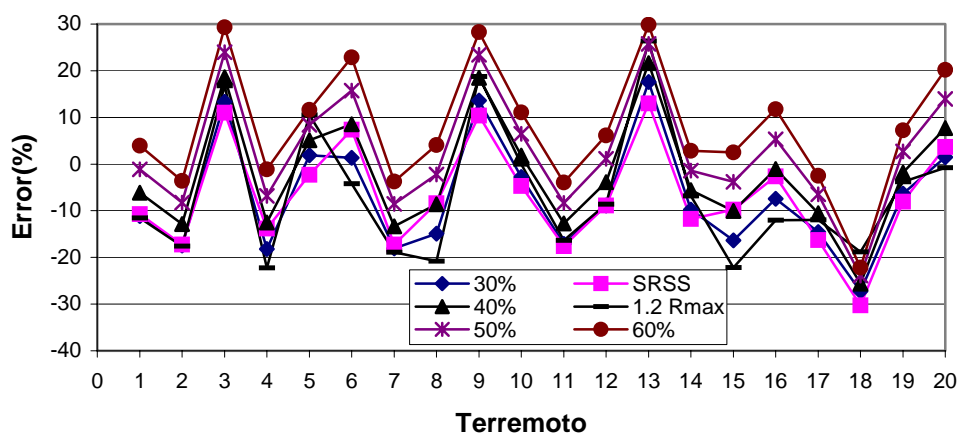


Figura 10. Cargas axiales, columnas laterales, Modelo 1 inelástico

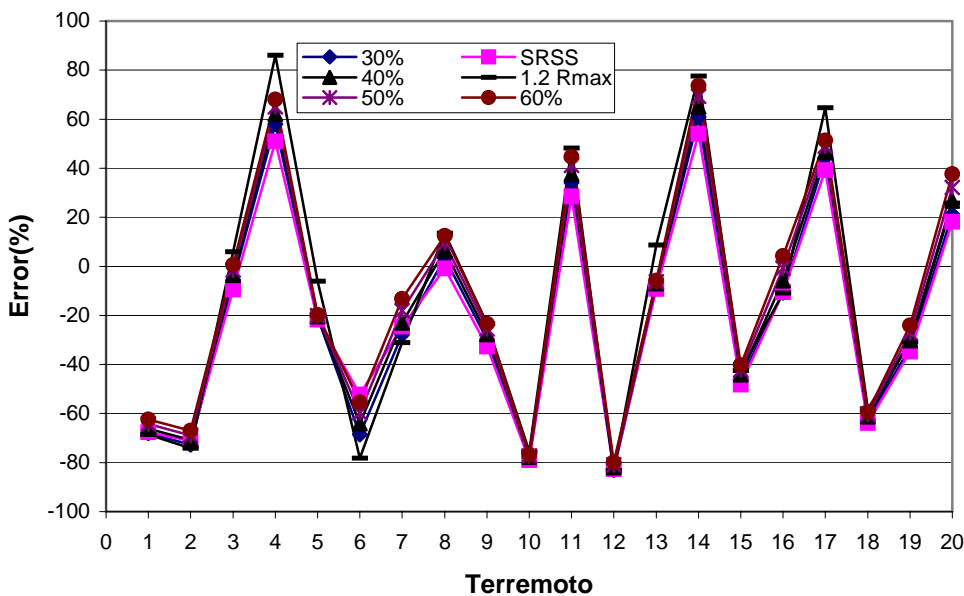
Los errores para desplazamientos de entrepiso promedio en dirección  $X$  se presentan en las Figs. 12 y 13 para todos los modelos. Los resultados indican que, al igual que para el caso elástico, la regla  $1.2R_{max}$  sobreestima la respuesta combinada en todos los casos. El resto de las reglas subestiman la respuesta combinada en algunos casos, particularmente para el Modelo 1 y la regla  $SRSS$ . La magnitud de los errores negativos, sin embargo, son pequeños comparados con los de las cargas axiales. Los errores para desplazamientos de entrepiso en dirección  $Y$  y cortante basal en las dos direcciones también se obtienen. Los resultados son similares a aquellos de desplazamientos de entrepiso en dirección  $X$ .

En resumen, para análisis elástico, las reglas del 30% y  $SRSS$  estiman apropiadamente la respuesta combinada en términos de carga axial. El resto de las reglas, particularmente la del 60% y  $1.2R_{max}$  pueden significativamente sobreestimar la respuesta combinada. Para desplazamientos de entrepiso y cortante basal las reglas del 30% y  $SRSS$  también estiman apropiadamente la respuesta combinada para cargas axiales pero la  $1.2R_{max}$  es muy conservadora. La

sobreestimación de esta regla es mayor para desplazamientos y cortantes que para cargas axiales. Para el caso inelástico, la regla  $1.2R_{max}$  significativamente sobreestima el efecto combinado en términos de cargas axiales en columnas laterales pero para columnas interiores y de esquina la respuesta puede ser significativamente subestimada. Las reglas del 30% y SRSS pueden subestimar la respuesta combinada para cargas axiales. Para desplazamientos de entrepiso y cortante basal, a excepción de la regla  $1.2R_{max}$ , todas las reglas subestiman la respuesta combinada en algunos casos, sin embargo los errores negativos introducidos son pequeños comparados a los de carga axial.

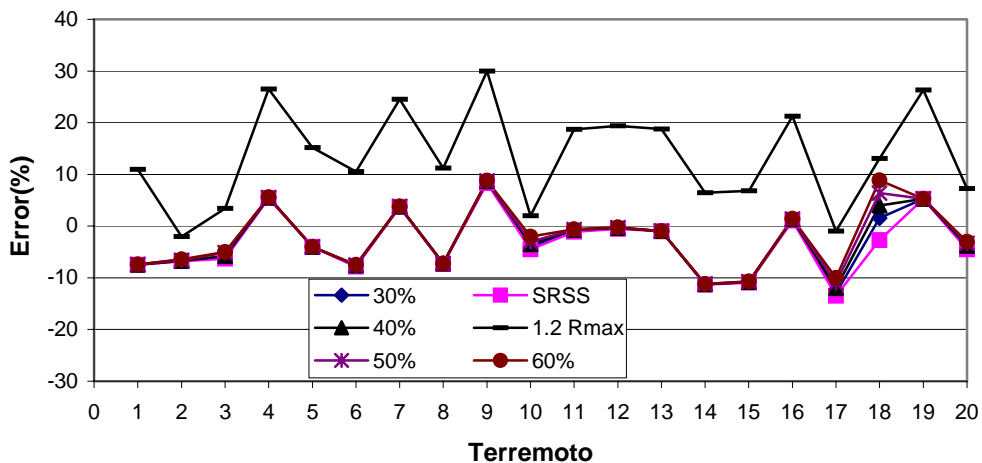


a) De esquina

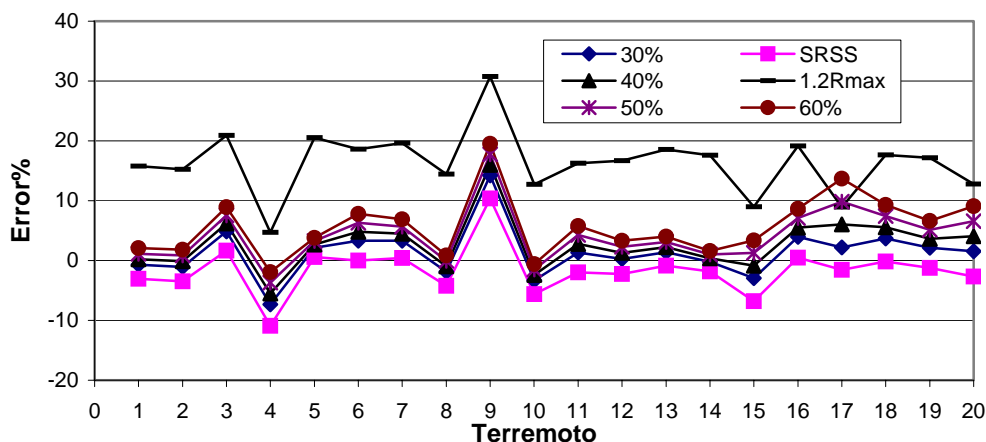


b) Interior

Figura 11. Cargas axiales, columnas de esquina e interior, Modelo 1 inelástico



a) Modelo 1



b) Modelo 2

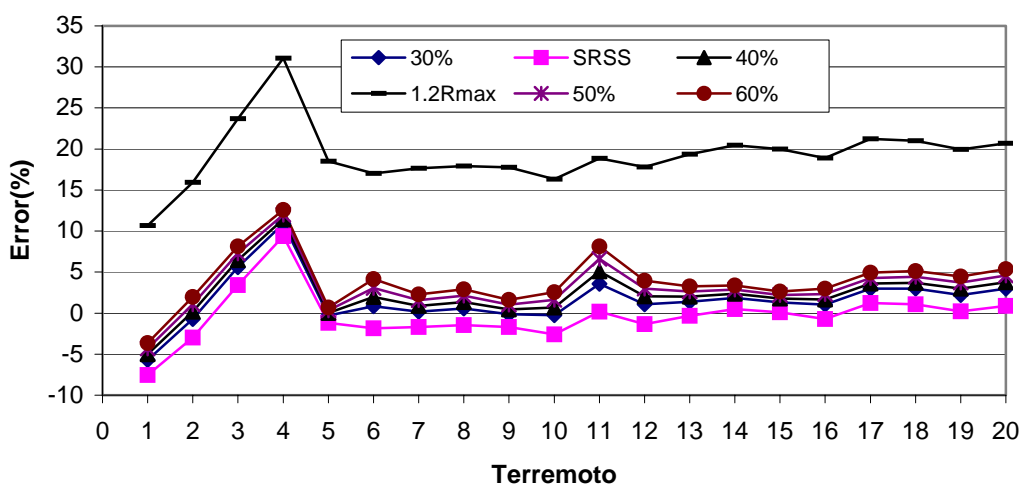
Figura 12. Desplazamientos de entrespiso Modelos 1 y 2, inelástico

## ANÁLISIS PROBABILÍSTICO

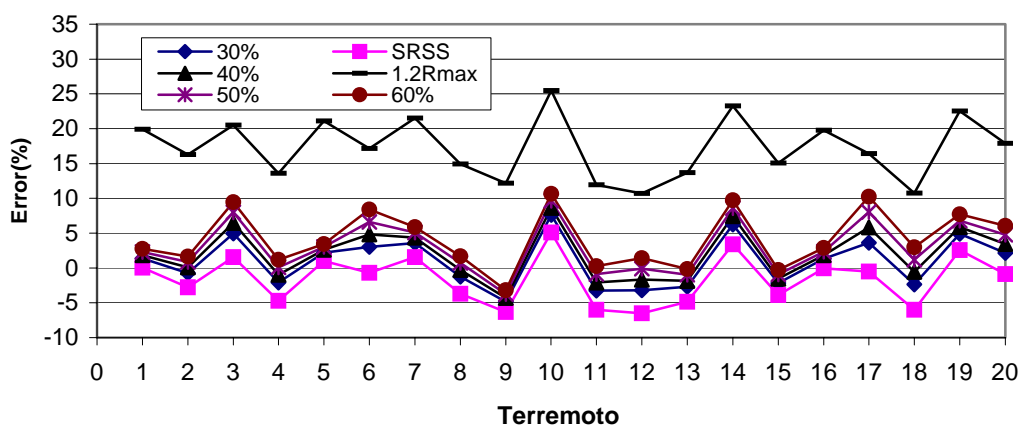
Los resultados de este estudio muestran que la respuesta combinada en términos de carga axial, desplazamiento de entrespiso y cortante basal, según las diferentes reglas, varía significativamente de un sismo a otro y de un modelo a otro, aun cuando la deformación máxima relativa producida en los modelos es aproximadamente la misma para todos los registros sísmicos. Esto indica que la respuesta sísmica de un marco es muy sensible a las características de los terremotos y modelos, sobretodo para análisis inelástico. Además, la respuesta combinada es diferente para cada regla, lo que a su vez puede ser muy diferente de la solución exacta. Esto muestra la necesidad de un estudio probabilístico del problema.

Previamente se hizo una evaluación cualitativa del problema a través de las gráficas de error. En esta sección se hace una discusión un tanto más cuantitativa del problema. Para ello se

asume que el término error ( $E$ ) describe una distribución *normal*, puesto que dicho error puede tomar valores negativos y positivos. En este caso, la probabilidad de que  $E$  exceda un valor determinado, digamos  $b$ , se expresa como:



a) Modelo 3



b) Modelo 4

Figura 13. Desplazamientos de entrepiso Modelos 3 y 4, inelástico

$$p(E > b) = 1 - \Phi\left(\frac{b - \mu_E}{\sigma_E}\right) \quad (19)$$

donde  $\Phi$  es la Función de Distribución Acumulada (FDA) de la distribución normal estándar. Debe notarse que para el problema en estudio, la exactitud o precisión ( $p_e$ ) de una regla en la evaluación de la respuesta combinada está regida por la probabilidad de que  $E$  sea mayor o igual que cero. Matemáticamente esto se expresa como:

$$p_e = p(E \geq 0) = 1 - \Phi\left(-\frac{\mu_E}{\sigma_E}\right) \quad (20)$$

Si el valor de un parámetro de respuesta, digamos la carga axial en una columna dada, fuera exactamente igual para la *solución exacta* y la que resulta de una regla de combinación

dada, para todos los terremotos, entonces podemos decir que la regla es precisa o apropiada en la estimación de la respuesta combinada. En esta caso la ecuación 20 daría  $p_e = 0.5$ . Obviamente,  $p_e$  también sería 0.5 si la media del error ( $\mu_E$ ) es cero. Así que, si  $p_e \approx 0.5$  diremos que la regla es precisa o apropiada. Si  $p_e \ll 0.5$  ( $\approx 0.2$ ) diremos que la respuesta es significativamente subestimada y si  $p_e \gg 0.5$  ( $\approx 0.9$ ) diremos que dicha respuesta es significativamente sobreestimada y por lo tanto muy conservadora.

Los valores de  $p_e$  para carga axial, desplazamientos de entrepiso y cortante basal se calculan usando la Ec. 20, para cada una de las reglas. Los resultados elásticos para carga axial se muestran en la Tabla 3. Para cada una de las columnas (laterales, de esquina...) los valores de  $p_e$  se presentan para modelos individuales (M1, M2,...) y para todos los modelos (GBL). Los resultados de la tabla indican que en general tanto la regla del 30% como la *SRSS* dan valores de  $p_e$  cercanos a 0.5 para la gran mayoría de los casos, por lo que podemos decir que son precisas en la evaluación de la respuesta combinada. Solamente para unos cuantos casos los valores de  $p_e$  son menores que 0.5. Se observa que la regla del 40% arroja valores de  $p_e$  siempre mayores que 0.5. Esta regla es muy conservadora solo para algunos casos. El resto de las reglas pueden sobreestimar significativamente la respuesta, particularmente la del 60% y  $1.2R_{max}$ .

Los valores de  $p_e$  para carga axial y análisis inelástico también se muestran en la Tabla 3. Se observa en general que los valores son menores para análisis inelástico que para elástico, sobre todo para el caso de columnas interiores y de esquina. Los valores individuales de  $p_e$  son pequeños para varios de los casos de acuerdo a las reglas *SRSS* y 30% (por ejemplo, para la regla *SRSS*  $p_e = 0.25$  para las columnas interiores del Modelo 4). Por lo tanto estas reglas no son apropiadas para estimar la respuesta combinada en el caso inelástico. Las reglas del 40% y 50% arrojan valores mayores (y cercanos) a 0.5 para la mayoría de los casos mientras que las reglas del 60% y  $1.2R_{max}$  arrojan valores cercanos, e incluso iguales a 1.0, para varios de los casos, por lo que son muy conservadoras.

Los resultados de  $p_e$  para desplazamientos de entrepiso y cortante basal en dirección  $X$  se presentan en la Tabla 4, tanto para el caso elástico como inelástico. Dichos resultados indican en general que las reglas del 30% y *SRSS* estiman apropiadamente la respuesta combinada en términos de estos parámetros. Las reglas del 40% y 50% sobreestiman la respuesta para la gran mayoría de los casos. Las reglas del 60% y del  $1.2R_{max}$  dan valores cercanos, e incluso iguales a 1.0 en varios de los casos, por lo que son muy conservadoras.

## CONCLUSIONES

Para fines de evaluación numérica de la respuesta sísmica de edificios, un terremoto generalmente se representa por tres componentes ortogonales: dos horizontales y una vertical. El efecto de la componente vertical comúnmente se desprecia y por tanto el problema se simplifica. Las razones principales para despreciar este efecto son que los edificios se diseñan también para cargas de gravedad lo cual provee un factor de seguridad en la dirección vertical, y que la componente vertical está significativamente desfasada de las componentes horizontales. A pesar de esta simplificación, las formas de combinación de los efectos de las componentes horizontales

es un tópico discutido en el área de Ingeniería Sísmica. La mayoría de los códigos que contienen previsiones de diseño sísmico permiten el uso de procedimientos simplificados para estimar la respuesta de cada componente en forma independiente. La respuesta total se obtiene después usando ciertas reglas de combinación. Las reglas más comunes son la de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (*SRSS*) y la del 30 por-ciento (30%). El objetivo principal de esta investigación es estudiar la precisión de estas reglas en la estimación de la respuesta combinada.

**Tabla 3. Resultados probabilísticos para cargas axiales**

TIPO DE ANÁLISIS		LATERAL X					DE ESQUINA					INTERIOR					LATERAL Y				
		M1	M2	M3	M4	GBL	M1	M2	M3	M4	GBL	M1	M2	M3	M4	GBL	M1	M2	M3	M4	GBL
E L A S T I C O	SRSS	0.45	0.65	0.51	0.63	0.58	0.73	0.66	0.62	0.40	0.60	0.63	0.68	0.66	0.62	0.62	0.69	0.60	0.74	0.49	0.60
	30%	0.70	0.82	0.63	0.68	0.71	0.83	0.67	0.61	0.41	0.59	0.80	0.79	0.69	0.61	0.64	0.74	0.59	0.85	0.72	0.63
	40%	0.77	0.83	0.67	0.79	0.76	0.89	0.79	0.71	0.55	0.70	0.84	0.87	0.73	0.71	0.71	0.84	0.75	0.89	0.80	0.65
	50%	0.81	0.84	0.71	0.83	0.79	0.93	0.86	0.78	0.66	0.80	0.86	0.91	0.77	0.80	0.77	0.73	0.85	0.91	0.86	0.70
	60%	0.83	0.84	0.74	0.85	0.81	0.95	0.91	0.87	0.72	0.86	0.87	0.93	0.80	0.86	0.81	0.75	0.92	0.92	0.90	0.73
	1.2Rmax	1.00	1.00	0.99	0.98	1.00	0.95	0.72	0.62	0.42	0.64	0.98	0.98	0.74	0.64	0.75	0.82	0.62	1.00	1.00	0.73
I N E L A S T I C O	SRSS	0.36	0.66	0.75	0.68	0.51	0.28	0.53	0.46	0.33	0.40	0.35	0.46	0.40	0.25	0.38	0.44	0.49	0.61	0.53	0.50
	30%	0.38	0.74	0.85	0.82	0.57	0.28	0.60	0.46	0.36	0.43	0.36	0.54	0.50	0.29	0.45	0.53	0.58	0.83	0.72	0.62
	40%	0.39	0.77	0.88	0.86	0.60	0.43	0.69	0.59	0.49	0.55	0.38	0.64	0.59	0.39	0.56	0.56	0.70	0.88	0.78	0.70
	50%	0.40	0.80	0.89	0.88	0.63	0.59	0.77	0.71	0.62	0.68	0.40	0.72	0.67	0.48	0.70	0.60	0.72	0.91	0.83	0.72
	60%	0.41	0.81	0.91	0.89	0.65	0.72	0.82	0.81	0.73	0.77	0.43	0.78	0.67	0.56	0.54	0.63	0.80	0.92	0.87	0.77
	1.2Rmax	0.66	1.00	1.00	1.00	0.90	0.33	0.74	0.50	0.46	0.51	0.43	0.70	0.71	0.43	0.51	0.94	0.74	1.00	1.00	0.94

**Table 4. Resultados probabilísticos, desplazamientos y cortante basal**

REGLA DE COMBINACIÓN	CORTANTE										DESPLAZAMIENTO									
	ELÁSTICO					INELÁSTICO					ELÁSTICO					INELÁSTICO				
	M1	M2	M3	M4	GBL	M1	M2	M3	M4	GBL	M1	M2	M3	M4	GBL	M1	M2	M3	M4	GBL
SRSS	0.52	0.42	0.44	0.46	0.45	0.47	0.40	0.76	0.61	0.55	0.41	0.35	0.59	0.39	0.55	0.28	0.34	0.46	0.33	0.40
30%	0.56	0.74	0.70	0.66	0.67	0.47	0.75	0.88	0.77	0.67	0.43	0.60	0.69	0.42	0.57	0.29	0.63	0.70	0.60	0.49
40%	0.58	0.78	0.79	0.73	0.72	0.47	0.83	0.91	0.82	0.71	0.44	0.70	0.69	0.43	0.58	0.29	0.74	0.77	0.70	0.53
50%	0.59	0.85	0.84	0.80	0.77	0.47	0.87	0.93	0.86	0.74	0.45	0.78	0.69	0.44	0.59	0.30	0.82	0.84	0.79	0.57
60%	0.60	0.88	0.90	0.80	0.80	0.48	0.89	0.94	0.89	0.76	0.45	0.84	0.69	0.45	0.60	0.31	0.87	0.88	0.84	0.60
1.2Rmax	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.72	0.80	0.80	1.00	1.00	1.00	0.98

Cuatro marcos de acero tridimensionales resistentes a momento y veinte registros sísmicos se usan en el estudio. La respuestas máximas en términos de desplazamientos de entrepiso, cortante basal y de cargas axiales en columnas, se estiman de la forma más real posible aplicando simultáneamente ambas componentes horizontales. Además de las reglas del 30% y *SRSS*, el efecto combinado se calcula de acuerdo a cuatro formas adicionales: usando  $\lambda=40\%$ , 50% y 60% en lugar de 30%, e incrementando la respuesta máxima en un 20%. Estas cuatro reglas de combinación adicionales se definen como reglas del 40%, del 50%, del 60% y del *1.2Rmax*, respectivamente. El estudio indica que la regla *SRSS* y del 30%, estiman apropiadamente el efecto combinado para cargas axiales en el caso elástico. Sin embargo, para el caso inelástico la respuesta combinada en términos de este parámetro puede ser subestimada. Se

observa que dicha subestimación es mayor para la regla *SRSS* que para la del 30%. Para cortantes y desplazamientos estas reglas estiman apropiadamente el efecto combinado. No se observa correlación alguna entre el nivel de subestimación con la altura de los marcos o el período predominante de los terremotos. Con base en los resultados obtenidos en este estudio, se concluye que los requerimientos de diseño sísmico para la estimación de la respuesta combinada, deben ser modificados. Se recomienda en general utilizar la regla del 40% para estimar la respuesta combinada.

## AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de esta investigación ha sido posible gracias al apoyo recibido del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por medio del proyecto 28464U. También se recibió apoyo de la Universidad Autónoma de Sinaloa (UAS).

## REFERENCIAS

- Bathe, K J (1982), *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, Nueva Jersey.
- Clough, R W y J Penzien (1993), *Dynamic of structures*, McGraw Hill, Nueva York.
- Correnza, J C y G L Hutchinson (1994), "Effect of transverse load resisting elements on inelastic response of eccentric-plan buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 23, pp. 75-89.
- Der Kiureghian, A (1981), "A response spectrum method for random vibration analysis of MDOF systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9, pp. 419-435.
- Fernández-Dávila, I, S Cominetti y E F Cruz (2000), "Considering the bidirectional effect and the seismic angle variations in buildings design", *Memorias, 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, Nueva Zelanda, febrero, Artículo No. 435.
- Gao, L y A Haldar (1995), "Nonlinear seismic response of space structures with PR connections", *International Journal of Microcomputers in Civil Engineering*, Vol. 10, pp. 27-37.
- Hernández, J J y O A López (2003), "Evaluation of combination rules for peak response calculation in three-component seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 32, pp. 1585-1602.
- Haldar, A y S Mahadevan (2000), *Probability, reliability and statistical methods in engineering design*, John Wiley and Sons, Nueva York.
- Kondo, K y S N Atluri (1987), "Large deformation elasto-plastic analysis of frames under non-conservative loading using explicitly derived tangent stiffness based on assumed stress", *Computational Mechanics*, Vol. 2, No. 1, pp 1-25.
- Leger, P y S Dussault (1992), "Seismic energy dissipation in MDOF structures", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, No. 5, pp. 1251-1269.

- López, O y R Torres (1997), "The critical angle of seismic incidence and the maximum structural response", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, pp. 881-894.
- López, O A y R Torres (1996), Discussion of "A clarification of orthogonal effects in a three-dimensional seismic analysis", *Earthquake Spectra*, Vol. 12, pp. 357-361.
- López, O A, A K Chopra y J J Hernández (2001), "Evaluation of combination rules for maximum response calculation in multicomponent seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 30, pp. 1379-1398.
- Menun, C y A Der Kiureghian (1998), "A replacement for the 30%, 40% and SRSS rules for multicomponent seismic analysis", *Earthquake Spectra*, Vol. 14, No. 1, pp.153-156.
- Mahadevan, S y A Haldar (1991), "Stochastic FEM-based evaluation of LRFD", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 5, pp. 1393-1412.
- Newmark, N M (1975), "Seismic design criteria for structures and facilities, Trans-Alaska pipeline system", *Memorias, U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Institute*, pp. 94-103.
- Newmark, N M y W J Hall (1982), *Earthquake spectra and design*, Monograph Series, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California.
- Reyes-Salazar, A, A Haldar y M R Romero-López (2000), "Force reduction factor for SDOF and MDOF", *Memorias, Joint Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, ASCE*, Notre Dame, Indiana, Artículo No. 063.
- Reyes-Salazar, A (1997), "Inelastic seismic response and ductility evaluation of steel frames with fully, partially restrained and composite connections", *Tesis Doctoral, Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics*, University of Arizona, Tucson, Estados Unidos.
- Rosenblueth, E y H Contreras (1977), "Approximate design for multicomponent earthquakes", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 103, pp. 895-911.
- Smeby, W y A Der Kiureghian (1985), "Modal combination rules for multicomponent earthquake excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 13, pp. 1-12.
- Wilson, E y M Button (1982), "Three-dimensional dynamic analysis for multicomponent earthquake spectra", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, pp. 471-476.
- Uang, C M (1991), "Establishing  $R$  (or  $R_w$ ) and  $C_d$  factors for building seismic provisions", *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 1, pp. 19-28.
- Wang, C H y Y K Wen (2000), "Seismic response of 3-D steel buildings with connection fractures", *Memorias, 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland, Nueva Zelanda, febrero, Artículo No. 814.
- Wilson, E L, A Der Kiureghian y E P Bayo (1981), "A replacement for the SRSS Method in seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9, pp.187-194.
- Yamamura, N y H Tanaka (1990), "Response analysis of flexible MDOF systems for multiple-support seismic excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 19, pp. 345-357.