

## MODELO BIDIMENSIONAL NO LINEAL PARA EL ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE ESTRUCTURAS TÉRREAS\*

*Eduardo Botero J<sup>(1)</sup>, Miguel P. Romo<sup>(1)</sup>*

### RESUMEN

En este estudio se propone un nuevo método de análisis bidimensional para la evaluación de la estabilidad sísmica de taludes, rellenos sanitarios, presas de tierra y enrocamiento y estructuras aporticadas. El estudio se divide en dos partes: la primera comprende el desarrollo de un modelo matemático y la segunda de la comprobación del mismo y de las hipótesis propuestas por medio de ensayos de laboratorio en mesa vibradora. El modelo matemático propone hipótesis y desarrollos alternos respecto de los métodos utilizados comúnmente, con las cuales se pretende superar algunos de los vacíos y limitaciones existentes. Se considera el efecto de la discretización, la influencia de la fricción cinética, la geometría de la superficie de falla y de la estructura, las propiedades no lineales de los materiales constitutivos, el efecto cinético, la flexibilidad, la incidencia de la formación de grietas y de la redistribución de esfuerzos, la presión hidrostática en las discontinuidades y la variación espacial en el arribo de las ondas en estructuras de gran extensión. Para los ensayos de laboratorio se construyó una mesa vibradora de un solo eje y se utilizó un modelo de masas concentradas con el que se estudió el efecto de la distribución de la masa, la configuración geométrica, la rigidez, la inclinación de la superficie de deslizamiento, la transmisión de la energía de la excitación a través de la interfaz de deslizamiento y las condiciones de frontera (*i.e.* base fija o libre). Por último, se realiza la comprobación del modelo matemático mediante la reproducción de los resultados de laboratorio y se propone un índice de transmisión de energía como una forma de predecir en el futuro con más precisión la respuesta de estas estructuras.

### ABSTRACT

In this study a new two dimensional method for evaluating slope seismic stability, solid waste landfills, rockfill dams and structural frames systems is proposed. The study is divided in two parts, the first part includes a mathematical model development and the second one deals with model calibration and verification of the proposed hypothesis through laboratory shaking table tests. The mathematical model considers new hypothesis and developments respect to the traditional methods, which are intended to overcome some of the limitations of the actual methods. It considers the effect of body discretization and, kinetic friction influence, fault surface and structure geometry, non-linear properties of constitutive materials, kinetic effect; flexibility, crack formation incidence and strength redistribution, hydrostatic pressure in the discontinuities and spatial variation in wave arrival. For laboratory testing a one-axial shaking table was built and a lumped mass model was used to study the mass distribution effect, model configuration, stiffness incidence, sliding surface slope, excitation energy transmission thorough the sliding interface and boundary conditions (*i.e.*

---

\* Artículo derivado de la tesis ganadora del Cuarto Concurso Nacional de Tesis de Doctorado organizado por la SMIS: Artículo recibido el 7 de noviembre del 2005 y aprobado para su publicación el 28 de febrero del 2006. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

(1) Instituto de Ingeniería, UNAM, Ciudad Universitaria, 04510 México, DF. [EBoteroJ@iingen.unam.mx](mailto:EBoteroJ@iingen.unam.mx), [mromo@pumas.iingen.unam.mx](mailto:mromo@pumas.iingen.unam.mx)

fixed or free model base). Finally the mathematical model is calibrated by using the laboratory test results and it is proposed an energy transmission index as an improved methodology for prediction in structural response.

## INTRODUCCIÓN

La ingeniería civil debe procurar brindar una mejor calidad de vida por medio de la modificación del entorno, el entendimiento de la naturaleza, la determinación de las obras que suplan las necesidades actuales y futuras del país, el estudio de los riesgos a los que puede estar sometida la población y la infraestructura, la investigación continua e innovadora tanto para el mejoramiento de las técnicas aplicadas en la ingeniería práctica, como también, y de manera fundamental, la formulación de nuevas teorías que ayuden a la comprensión, interpretación y modelación de los fenómenos naturales. Dentro de este contexto nos encontramos ubicados en la idea fundamental de que debe ser mejorado, ampliado, corregido, innovado y sustentado el estado actual del conocimiento aplicado en la ingeniería, siendo ésta una responsabilidad que se lleve a cabo de manera permanente. Para lograr lo anterior, se deben plantear teorías y técnicas que sin ser revolucionarias en la gran mayoría de los casos, deberán ser lo suficientemente novedosas y capaces de romper o por lo menos cuestionar los paradigmas tradicionales y fundamentales que se vienen empleando. En el caso del estudio del comportamiento estático y sísmico de los taludes, se observa que este tema ha sido materia de creciente investigación en las últimas décadas, debido al incremento significativo en la magnitud y la importancia de las obras que los involucran, como por ejemplo: las obras de infraestructura vial, disposición final de desechos, zonas de desarrollo urbano y obras hidroeléctricas, entre otras. Por lo cual, los problemas que puede generar la falla de un talud sobre algún elemento de la infraestructura o el daño ambiental y social que representa el colapso de un relleno sanitario pueden comprometer de manera considerable partes vitales del engranaje productivo, social y ambiental de un país. Se estima que los daños anuales producen pérdidas entre 1% y 2% del producto interno bruto de los países en vías de desarrollo (Hutchinson, 1995).

Desde el punto de vista de la estabilidad estática de taludes, la frecuencia con que ocurren los deslizamientos se ha incrementado en los últimos años debido a la acción directa del hombre, motivados principalmente por la falta de planeación tanto en el crecimiento poblacional como en la administración de los recursos, debido primordialmente a la carencia de una visión crítica de los problemas que estos cambios puedan desarrollar. En esto influye directamente la falta de controles efectivos por parte del estado en las obras civiles, las políticas de desarrollo a mediano plazo o coyunturales y el afán de obtener dividendos a cualquier costo. Actualmente se están presentando graves problemas como por ejemplo, la deforestación continua, el incremento en la urbanización y desarrollo de áreas propensas a deslizamientos y el incremento de la población en ciertas regiones sensibles que pueden causar cambios importantes en los patrones climáticos, alterando de esta manera el comportamiento histórico de las épocas de lluvia y sus volúmenes de precipitación. También es importante considerar en el estudio del comportamiento de los taludes, los factores que son parte de su constitución, génesis, evolución y de las sollicitaciones a las que pueden ser sometidos. Primero que todo, es indudable que la geología juega el rol más importante, pero sin embargo los movimientos de los taludes son también función de la respuesta del suelo o la roca a los cambios de geometría, condiciones de frontera, presión de poro,

variación de la resistencia en función del tiempo (Leroueil, 2001), de la sismicidad y de la acción del hombre. En este artículo nos enfocaremos concretamente a los aspectos geotécnicos y sísmicos.

Históricamente se podría considerar como punto inicial, posiblemente de una manera un poco abrupta y arbitraria, el año de 1965 cuando Newmark expuso su famoso artículo “Effects of earthquakes on dams and embankments”. Conviene, sin embargo, señalar que años antes de que Newmark diera a conocer su método, otros investigadores habían realizado propuestas similares en este campo. Taylor planteó una analogía afín del bloque rígido, con el mismo propósito, mientras trabajaba en un proyecto para el cuerpo de ingenieros del ejército de Estados Unidos en los años 50 (Taylor, 1953; Wartman, 2003). También, otros investigadores habían formulado de manera independiente aproximaciones similares del bloque rígido mientras realizaban investigaciones a mediados de la década de los 60, como por ejemplo Goodman y Seed (Goodman, 1965). Ahora, retomando a Newmark como punto de partida, su artículo dio pie para el desarrollo de muchos métodos, los cuales en su mayoría parten de hipótesis semejantes a las utilizadas por él (*op. cit.*).

Los métodos desarrollados, en cierta manera, han ido de la mano con las limitaciones de cada época, pero también han mostrando la evolución del conocimiento y han marcado en ciertos aspectos algunas pautas para propuestas futuras. En la actualidad, por medio de los reportes de los casos históricos, de los resultados de investigaciones pasadas, de los estudios de nuevos casos y su documentación, de la evolución en el enfoque de los problemas y de las herramientas actuales de adquisición y procesamiento de datos, es posible realizar análisis más detallados y formular nuevas hipótesis de manera más clara y apegadas al comportamiento natural del problema. También, es posible evaluar la capacidad predictiva de los modelos analíticos utilizando casos históricos bien documentados o por medio de modelos físicos. Cada clase de estructuras geotécnicas presenta problemas particulares en su comportamiento, los cuales deben ser evaluados de igual manera con métodos que analicen sus condiciones particulares, pero sin dejar de lado la generalidad del problema. Además de que se tenga conciencia de que el talud es una masa de suelo y que la complejidad de su comportamiento requiere más que una idealización con un modelo físico simplista. Este punto es fundamental tenerlo siempre presente a lo largo de ésta y cualquier otra investigación, para evitar que los resultados sean los “esperados” y no los reales. Sin perder de vista las explicaciones racionales y críticas que se puedan suscitar por el tipo de resultados obtenidos.

La primera parte del estudio se aboca a la formulación de un modelo matemático, el cual represente a la geoestructura por medio de elementos discretos y que incluya en los efectos cinéticos del deslizamiento de la cuña, la variación del coeficiente de fricción, la formación de grietas a tensión, el efecto de la degradación cíclica del módulo de rigidez y el incremento en el de amortiguamiento crítico de los materiales constitutivos, la incidencia del empuje hidrostático en las grietas, la geometría de la superficie de falla, la variación espacial en el arribo de la excitación y el efecto de la discretización del modelo. La segunda etapa de la investigación consiste en la construcción de una mesa vibradora y de una serie de modelos metálicos sencillos de 1 a 3 grados de libertad, instrumentados con acelerómetros y un sensor de desplazamiento lineal, que permitan estudiar la influencia de la frecuencia de la excitación, la inclinación de la superficie de deslizamiento, el coeficiente de fricción, la geometría del modelo, la distribución de

la masa y la rigidez. En la tercera sección se comparan las respuestas del modelo teórico con las experimentales y con base en esto, la calibración del modelo teórico y la delimitación de sus capacidades de cálculo. También incluye la formulación de nuevas hipótesis y líneas de investigación.

## **ANTECEDENTES**

En términos generales se puede afirmar que los métodos de análisis desarrollados para revisar la estabilidad sísmica de taludes y laderas se han clasificado en tres grandes grupos (Al-Homoud, 2000). El primero incluye a los que se basan en el método de equilibrio límite, mediante el cual se calcula de manera simplista un factor de seguridad para el talud y cuando éste es igual que la unidad, sucede la falla. El segundo grupo es el conformado por los procedimientos basados en el análisis de esfuerzos y deformaciones usando la técnica de elementos finitos. Por último, el tercer grupo son los que se sustentan en la hipótesis de un bloque rígido sobre un plano (Newmark, 1965). El desarrollo de los métodos del primer grupo incluye los trabajos de Fellenius (1936), Bishop (1955) y otros. El segundo grupo de métodos es más complejo y requiere mayor precisión en los datos de entrada, como en los métodos desarrollados por Al-Homoud (1990) y Al-Homoud y Whitman (1995), quienes usaron la técnica de elementos finitos para modelar el comportamiento dinámico de presas de gravedad sometidas a carga sísmica. En 1971, Romo expuso un procedimiento híbrido para calcular desplazamientos en presas durante su construcción. Posteriormente, Romo y Reséndiz (1980) propusieron un método que combina al anterior con técnicas pseudo-estáticas; con él desarrollaron un procedimiento para calcular la pérdida de bordo libre en presas durante eventos sísmicos. Este método hace uso de modelaciones numéricas mediante la técnica del elemento finito y del equilibrio límite. Finalmente, el tercer grupo es el que impulsó Newmark (1965), y es en el que nos enfocaremos en este artículo.

### **Evolución de los métodos basados en el bloque rígido**

Newmark (1963) propone un procedimiento en el que se modela a la cuña deslizante como si fuera un bloque rígido y el desplazamiento relativo de éste es causado por un pulso simple, cuando éste induce una aceleración superior a la aceleración de fluencia. El deslizamiento del bloque cesa cuando su aceleración es menor que la de fluencia y las velocidades de la base en que se apoya el bloque y la de éste son iguales. La única fuerza desequilibrante sobre el sistema es la de inercia causada por la aceleración horizontal, la cual actúa únicamente en el intervalo en el que se produce el movimiento, mientras que la fuerza desaceleradora participa hasta que el sentido del movimiento se invierte. La resistencia al movimiento es provista por una fuerza de corte constante a lo largo de toda la superficie de falla. En este método se asume que las fuerzas actúan en el centro de gravedad del bloque rígido y que la fuerza resistente es continua durante la excitación. Además, supone al coeficiente de fricción dinámico igual al coeficiente de fricción estático. Posteriormente, Ambraseys (1972) asume a la masa deslizante como una cuña triangular que se deforma por cortante simple, en una sola dimensión. Además, considera que los materiales presentan un comportamiento elástico lineal.

En 1978, Makdisi y Seed proponen que la cuña deslizante sea flexible, basándose en el método de evaluación de la respuesta dinámica de terraplenes desarrollado por Seed y Martin (1966). En este método los valores de la aceleración de fluencia son función de la geometría del

terraplén, la resistencia no drenada del material (o de la resistencia reducida por la acción cíclica del esfuerzo aplicado) y de la localización de la cuña deslizante. También tiene en cuenta que el sismo induce aceleraciones en el terraplén que son determinadas mediante el análisis de su respuesta dinámica. Posteriormente, Richards y Elms en 1979 proponen un método en el cual sugieren que la aceleración de diseño sea menor que la máxima aceleración de campo esperada. Siendo su formulación idéntica al modelo del bloque rígido deslizante de Newmark para presas y rellenos. En este modelo, la estructura de retención y la cuña rígida del respaldo son modeladas como un bloque y la superficie de falla en el suelo como un plano.

En 1983, aprovechando los avances en el desarrollo de los elementos finitos, Nadim y Whitman proponen un modelo bidimensional de deformación plana que puede calcular los desplazamientos permanentes mientras que tiene en cuenta la amplificación de los movimientos del suelo. Asumen que todas las distorsiones irreversibles ocurren en la superficie de falla, modelando éstas con elementos deslizantes muy delgados (elementos de contacto) que limitan la resistencia al esfuerzo cortante. El análisis se realiza en el dominio del tiempo y el comportamiento del suelo en la zona en que no se presenta la falla se considera elástico. Además, el módulo de corte y la relación de amortiguamiento de cada elemento pueden ser ajustados en función de la deformación de cortante que experimenten los materiales durante el sismo. El método es poco realista para estructuras de gran tamaño, debido a que asume constante la aceleración de la pared y sólo es aplicable a deslizamientos horizontales. En ese mismo año, Wong y Whitman proponen un nuevo método en el cual el movimiento del cuerpo rígido incluye tanto el deslizamiento como el volcamiento y el centro de rotación se encuentra ubicado en la base.

Chopra y Zhang (1991) postulan un método para el análisis de presas de concreto que considera que el deslizamiento es resistido únicamente por la fuerza de fricción desarrollada entre la presa y el suelo; éste incluye el comportamiento cinemático de la masa deslizante y la influencia del primer modo de vibración. Se basa en la hipótesis de que el desplazamiento permanente de la presa varía con el módulo elástico de los materiales constitutivos y con el contenido de frecuencias del sismo; concluyen que la flexibilidad incrementa los desplazamientos. El desplazamiento permanente al final del sismo lo relacionan de manera directa con la aceleración crítica necesaria para iniciar el deslizamiento. También proponen que el desplazamiento aumenta a medida que disminuye el coeficiente de fricción debido a la disminución de la rugosidad de las superficies en contacto. La duración de cada fase de deslizamiento y la distancia recorrida dependen de la amplitud y la variación en el tiempo de la aceleración, durante la fase de deslizamiento.

En 1992, Dobry y Baziar exponen un método que se basa en la evaluación de los desplazamientos laterales causados por la licuación del suelo a lo largo de un plano. Utilizan un bloque rígido de suelo totalmente sumergido, el cual desliza hacia abajo a lo largo de la superficie plana de falla debido al efecto combinado de la gravedad y de la fuerza de inercia asociada con la aceleración en la base. El método presenta simplificaciones importantes como la de que un material sin cohesión sumergido pueda conservar una pendiente vertical en su cara libre. Suponen que al considerar un bloque rígido los efectos de la licuación no llegan a afectarlo; lo que resulta una hipótesis irreal para suelos arenosos. Por último, no asumen que en el caso de que se presente el deslizamiento del bloque, éste debería terminar con un mecanismo físicamente admisible.

Davis en 1993, propuso un método generalizado de análisis de estabilidad para fallas translacionales simples. Considera una superficie de falla plana paralela a la del terreno y una cuña rígida deslizante. En el análisis tiene en cuenta la inercia de la cuña y el esfuerzo límite de corte en la superficie de falla, el cual lo considera como dependiente de la velocidad de deslizamiento. Por último, plantea la división de la cuña de deslizamiento en bloques discretos con vínculos elásticos, lo cual permite estudiar al modelo bajo la hipótesis de un medio continuo elástico. Finalmente, concluye que son posibles comportamientos más complejos, pero las propiedades de estabilidad global del talud no son muy diferentes a las obtenidas con el método de análisis del bloque rígido simple.

En los desarrollos posteriores de estos métodos, Romo y Aguilar (1995) plantean una técnica tridimensional que toma en cuenta las deformaciones asociadas tanto a la distorsión del terraplén, como al cambio volumétrico que éste experimenta durante la excitación. En cuanto a lo primero, plantean una ecuación de equilibrio dinámico de un cuerpo rígido sobre una superficie potencial de falla, y por medio de un análisis de respuesta en el tiempo calculan los giros acumulados. A partir del giro total acumulado obtienen los respectivos componentes vertical y horizontal de desplazamiento. Para las deformaciones volumétricas utilizan los resultados (en términos de esfuerzos y deformaciones dinámicos) de análisis tridimensionales de un talud (o terraplén), en conjunto con un modelo de comportamiento del suelo que considera cambios volumétricos para evaluar los desplazamientos permanentes. Como alternativa, sugieren simplificar el análisis del terraplén, idealizándolo como una serie de columnas de material estratificado horizontalmente cuyas propiedades son función de la ubicación de la columna en el terraplén. Por medio del análisis dinámico (unidimensional) de las columnas sometidas a la misma excitación en su base, se obtienen las historias de deformaciones a diferentes niveles que posteriormente son utilizadas para cuantificar los asentamientos permanentes.

Kramer y Smith (1997) presentaron una variación del método propuesto por Newmark (1965), la cual fue utilizada por diversos investigadores como punto de partida para el desarrollo de sus métodos. Esta consiste en reemplazar el bloque rígido por dos o más bloques conectados por resortes y amortiguadores, y sus características son seleccionadas de acuerdo con las propiedades dinámicas aproximadas de los materiales constitutivos. La determinación de los desplazamientos permanentes involucra el cálculo de la respuesta dinámica de la masa superior y el deslizamiento de la masa inferior al mismo tiempo.

Con la finalidad de comprobar las hipótesis del método del bloque rígido, Wartman, Riemer, Bray y Seed (1998) realizaron ensayos de mesa vibradora. Utilizaron un modelo de talud conformado por arcilla moderadamente sensitiva sujeto a una fuerte vibración. Las observaciones indicaron que el talud oscilaba de manera considerable durante la prueba y las deformaciones permanentes ocurrían a lo largo de una o más superficies de deslizamiento. Las deformaciones se desarrollaron en los planos principales de esfuerzo. También observaron que luego de la terminación del movimiento, el desplazamiento de la masa de suelo continuó a lo largo de la superficie de deslizamiento, como resultado de la energía cinética de la cuña deslizante (Botero y Romo, 2004). Continuando con los ensayos de laboratorio, Vessely y Cornforth (1998) estudiaron los efectos visco-dinámicos en taludes conformados por suelos arcillosos, poco estables durante sismos. Concluyeron que hay un aumento del esfuerzo residual debido al incremento en la

velocidad de corte o también durante condiciones de carga rápida. En el método que proponen consideran que el esfuerzo de corte es función creciente de la velocidad de aplicación de la carga.

Retomando el método de Chopra y Zhang (1991), Rathje y Bray (2000) propusieron un modelo discreto, en el que incluyen amortiguadores y resortes no lineales para considerar las propiedades dinámicas no lineales de la masa de suelo.

Elms (2000) postuló que una de las principales limitaciones del modelo original del bloque rígido deslizante radica en que sólo considera el componente longitudinal de la excitación sísmica y en realidad el ambiente sísmico es tridimensional. El modelo difiere del de Newmark en dos aspectos importantes. El primero es que al ser tridimensional, las tres componentes de la excitación son tomadas en cuenta y el bloque puede deslizarse en cualquier dirección. El segundo aspecto considera que una fuerza preferente es aplicada al bloque generando una tendencia de movimiento en la dirección longitudinal. Finalmente, concluye que la adición de la excitación lateral y vertical pueden incrementar los desplazamientos del bloque de manera significativa.

Otro tipo de enfoque planteado, consiste en dividir la cuña de deslizamiento en varios bloques, para esto Sarma y Chlimintzas (2001) propusieron un modelo que puede ser considerado como una extensión del modelo de Ambraseys y Srbulov (1995), el cual consiste en dividir la masa potencial de deslizamiento en múltiples bloques para permitir su desplazamiento a lo largo de superficies de forma variada, teniendo en cuenta las deformaciones. En este modelo adoptan el análisis de estabilidad desarrollado por Sarma (1979), usando el método del equilibrio límite de secciones con un mecanismo de falla cinemáticamente admisible y fronteras inclinadas entre las secciones.

Wartman, Bray y Seed (2003) evaluaron el desplazamiento debido a una excitación por sismo sobre un bloque rígido y columnas de suelo deformables colocadas en un plano inclinado. En este trabajo demuestran que a causa del deslizamiento de la masa de suelo, los cálculos de las deformaciones por medio de este método pueden variar significativamente respecto de los determinados con el método de Newmark. Concluyen que el método del bloque rígido subestima los desplazamientos permanentes cuando la frecuencia predominante de la excitación es menor que la frecuencia natural de la masa deslizante. Pero cuando la frecuencia natural de ésta es superior a la frecuencia predominante de la excitación, el procedimiento del bloque rígido es conservador.

## MÉTODO PROPUESTO

### Justificación

El método planteado busca suplir limitaciones actuales mediante la reformulación de algunas de las hipótesis de partida de muchos de los métodos existentes, la inclusión de variables que no han sido consideradas y la proposición de hipótesis adicionales sobre el comportamiento dinámico de cuerpos en movimiento. Éste se basa en una formulación discreta del talud por medio de elementos del tipo Voigt. La cuña de deslizamiento está conformada por  $n$  elementos discretos

cuyo número y distribución varían de acuerdo con la geometría del talud y la conformación interior de éste. Cada uno de los elementos posee características de rigidez y amortiguamiento acordes con el material que representan. Los materiales que conforman el talud se caracterizan de acuerdo con su comportamiento dinámico ante cargas cíclicas, pudiéndose definir la degradación del módulo rigidez y la variación del amortiguamiento histerético. Con base en esto, los efectos de la duración del sismo, de la alternancia de las cargas y del contenido de frecuencias de la excitación, son tenidos en cuenta. Además, el procedimiento permite la evaluación del efecto de la aceleración cinética.

La masa de suelo que conforma el talud se concentra en los nodos acorde con su discretización, lo cual permite evaluar el efecto de los modos superiores de vibración. El modelo matemático considera un coeficiente de fricción estática cuando no se presentan movimientos relativos entre la cuña de deslizamiento y la superficie de falla, pero cuando la resistencia al desplazamiento es vencida, el coeficiente cambia a su valor cinético y con éste se continúan calculando los desplazamientos durante la acción del sismo; al mismo tiempo, se adecua la excitación sísmica que actúa en el cuerpo deslizante, en función de la energía disipada en la interfaz de deslizamiento. Si se frena el deslizamiento, se retorna al coeficiente de fricción estática inicial, y así sucesivamente. Siendo esta última condición, una simplificación en la que no se tiene en cuenta el coeficiente de fricción residual y el efecto de los ciclos de carga en el coeficiente de fricción estática. La superficie de falla es definida como la de mínimo factor de seguridad en función de la geometría del talud y la resistencia al cortante de los materiales, incluyendo detalles como juntas, grietas, estratos suaves, etc. Dicha superficie puede tener cualquier geometría que sea cinemáticamente admisible. Por otro lado, el modelo no pretende calcular sino los desplazamientos a lo largo de la superficie de falla, y por tanto no incluye desplazamientos resultantes de la deformación distorsional y volumétrica de cada elemento del talud.

## MODELO MATEMÁTICO

El modelo considera el efecto combinado de cada una de las variables mencionadas, para lo cual ha evolucionado paso a paso (Botero y Romo, 2000, 2001, 2002a, b, 2003 a, b, c y 2004).

### **Ecuación de equilibrio**

Las fuerzas inducidas por la acción del sismo en la cuña deslizante (representada con masas concentradas y elementos mecánicos discretos) dependen del peso propio de la cuña, de las propiedades de amortiguamiento y de rigidez de los elementos que representan a los diferentes estratos de suelo y de la resultante de las fuerzas de inercia. Las fuerzas que actúan (fig. 1) sobre una sección de la masa deslizante se calculan con base en las siguientes consideraciones. La fuerza resistente (ec. 1) depende de la presión normal y del coeficiente de fricción estática desarrollados entre la base de la cuña deslizante y la superficie de falla.

El coeficiente de fricción se modifica cuando la masa de suelo empieza a deslizar. En adelante, se considera el coeficiente de fricción cinética, el cual, en este estudio, se asumió entre

un 70% y 100% (Houston, 1987) del coeficiente estático, debido a que no existen datos confiables sobre su valor real en los geomateriales. Donde  $F_r$  es la fuerza que se opone al deslizamiento,  $N$  es la fuerza normal definida por la ec. 2 y  $\mu$  es el coeficiente de fricción estática o cinética.

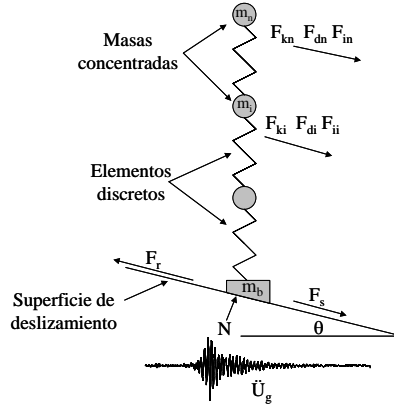


Figura 1. Fuerzas actuantes sobre una sección de la cuña de deslizamiento

$$F_r = N \tan(\mu) \quad (1)$$

La fuerza normal es la resultante de las acciones de la aceleración del suelo y de la aceleración de la gravedad sobre la masa total del sistema. Esta fuerza varía en el tiempo debido a que la aceleración del suelo no es constante. Donde  $M_1$  es la masa total del sistema definida por la ec. 3,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\theta$  es la inclinación de la superficie de deslizamiento y  $\ddot{U}_g$  es la aceleración del suelo (excitación).  $m_i$  son las masas concentradas del sistema discreto por encima de la superficie de deslizamiento y  $m_b$  es la masa directamente sobre dicha superficie. La relación entre  $m_i$  y  $m_b$  representa la distribución de la inercia en la masa de deslizamiento y puede ser definida a través de análisis de taludes que hayan sido monitoreados o de retroanálisis de taludes que hayan fallado. Actualmente se ha estado utilizando una relación de 0.50 (Kramer y Smith, 1997) con base en los resultados de una serie de análisis teóricos, pero puede ser modificada de acuerdo al tipo de materiales que conformen el talud y su distribución, y por último por el criterio del diseñador.

$$N = M_1 \left[ g \cos(\theta) - \ddot{U}_g \sin(\theta) \right] \quad (2)$$

$$M_1 = \sum_{i=1}^n m_i + m_b \quad (3)$$

La fuerza actuante total (ec. 8), es la resultante de las fuerzas sobre el sistema y están definidas por las Ecuaciones 4 a 7. Donde  $F_s$  es la fuerza cortante en la base del modelo, debida al peso de la masa potencialmente deslizante que se encuentra encima de ésta;  $F_k$  es la fuerza de rigidez causada por el desplazamiento relativo de los nodos con respecto a la base; y  $k$  es la rigidez del elemento.  $U$  es el desplazamiento relativo de los nodos con respecto a la base inclinada ( $\theta$ );  $F_d$  es la fuerza de amortiguamiento debida a la velocidad relativa de los nodos con

respecto a la base;  $c$  es el amortiguamiento del elemento,  $U$  es la velocidad relativa de los nodos con respecto a la base inclinada ( $\theta$ );  $F_i$  es la fuerza de inercia debida a la masa  $m_b$  y la aceleración ( $\ddot{U}_0 + \ddot{U}_g$ ), donde  $\ddot{U}_0$  es la aceleración debida al desplazamiento relativo del sistema (considerando el componente conforme a la inclinación del plano de deslizamiento), y  $F_a$  es la fuerza resultante de todas estas componentes.

$$F_s = M_1 g \sin(\theta) \quad (4)$$

$$F_k = k U \quad (5)$$

$$F_d = c \dot{U} \quad (6)$$

$$F_i = m_b (\ddot{U}_g + \ddot{U}_0) \quad (7)$$

$$F_a = F_s + F_k + F_d + F_i \quad (8)$$

Tomando las Ecuaciones 4 a 7 y reemplazándolas en la ec. 8, tenemos lo siguiente:

$$F_a = M_1 g \sin(\theta) + kU + c\dot{U} - m_b (\ddot{U}_g + \ddot{U}_0) \quad (9)$$

Durante la excitación sísmica del talud, el equilibrio es evaluado usando las Ecuaciones 1 a 8. Cuando  $F_a > F_r$  ocurren desplazamientos permanentes hasta que la fuerza actuante esté por debajo de la fuerza resistente, esto es, cuando la velocidad del suelo de apoyo de la cuña deslizante y la de ésta sean iguales. La energía cinética aparece cuando la velocidad de la masa deslizante es mayor que la de la base.

### Ecuación de movimiento

La respuesta de cada nodo, cuando el sistema no desliza, se puede calcular con la siguiente ecuación de movimiento:

$$[M] \left( \ddot{U} \right) + [C] \left( \dot{U} \right) + [K] \left( U \right) = -M_1 \left( \ddot{U}_g \cos(\theta) \right) \quad (10)$$

Donde  $M$  es la matriz de masa formada con las masas  $m_i$ ,  $C$  es la matriz de amortiguamiento formada por el amortiguamiento  $c_i$  de cada uno de los elementos y  $K$  es la matriz de rigidez formada por la rigidez  $k_i$  de cada uno de los elementos,  $\ddot{U}$  es el vector de aceleración relativa,  $\dot{U}$  es el vector de velocidad relativa y  $U$  es el vector de desplazamiento relativo, los tres con respecto al plano de deslizamiento.

Cuando el sistema entra en la fase de deslizamiento, el equilibrio de fuerzas en la interfaz define a la aceleración cinética. La ecuación de movimiento para esta condición está dada por:

$$M_1 \ddot{U}_c = -\mu_c \left[ M_1 g \cos(\theta) - M_1 \ddot{U}_g \sin(\theta) \right] - \sum_{i=1}^n \ddot{U}_i m_i - M_1 \ddot{U}_g \cos(\theta) \quad (11)$$

Donde  $\ddot{U}_i$  es la aceleración relativa paralela a la superficie de deslizamiento del nodo  $i$ ,  $\ddot{U}_c$  es la aceleración cinética,  $\mu_c$  es el coeficiente de fricción cinética y  $n$  es el número de elementos. En la ec. 11  $\ddot{U}_g$  representa el porcentaje de la aceleración que se transmite a la base del modelo. En general, cuando hay deslizamiento esta aceleración es menor que la excitación en el plano de deslizamiento. De la ec. 11 se deriva que la aceleración cinética está dada por:

$$\ddot{U}_c = -\mu_c \left[ g \cos(\theta) - \ddot{U}_g \sin(\theta) \right] - \frac{1}{M_1} \sum_{i=1}^n \ddot{U}_i m_i - \ddot{U}_g \cos(\theta) \quad (12)$$

Cuando el sistema está deslizando, la ecuación de movimiento de todo el sistema es:

$$[M] \left( \ddot{U} \right) + [c] \left( \dot{U} \right) + [k] \left( U \right) = -M_1 \left( \ddot{U}_c + \ddot{U}_g \cos(\theta) \right) \quad (13)$$

### Modelación del comportamiento dinámico de los materiales

La respuesta dinámica del talud y su porción deslizando dependerán de las propiedades de los materiales. Éstas a su vez pueden sufrir modificaciones durante la excitación sísmica debido a la generación de deformaciones inelásticas. Para tener en cuenta dicho comportamiento del suelo en la respuesta del talud (*i.e.*, degradación del módulo de corte, incremento del amortiguamiento, *etc.*) se usa un modelo tipo Masing (Romo, 1995b), definido por las Ecuaciones 14 a 17.

$$\frac{G(\gamma)}{G_{\max}} = [1 - H(\gamma)] \quad (14)$$

$$H(\gamma) = \left[ \frac{\left( \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^{2B}}{1 + \left( \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^{2B}} \right]^A \quad (15)$$

$$G_{\max} = \frac{\gamma_s}{g} V_s^2 \quad (16)$$

$$\lambda = (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})(H(\gamma)) + \lambda_{\min} \quad (17)$$

Donde  $G(\gamma)$  es el módulo de corte para cualquier deformación y  $G_{\max}$  es el máximo módulo de corte,  $\gamma$  es la distorsión angular en cualquier tiempo,  $\gamma_r$  es una distorsión angular de referencia,  $A$  y  $B$  son parámetros del suelo que al igual que  $\gamma_r$ , dependen del índice de plasticidad,  $\gamma_s$  es el peso volumétrico del suelo y  $V_s$  es la velocidad de la onda de corte. Aquí,  $\lambda$  es la relación de amortiguamiento para cualquier deformación de corte  $\gamma$ ,  $\lambda_{\max}$  es el máximo valor de  $\lambda$  (grandes deformaciones de corte, *i.e.*, mayores que 1.0%) y  $\lambda_{\min}$  es el mínimo valor de  $\lambda$  (bajas deformaciones de corte, del orden de  $10^{-4}$  %).

## Determinación de los desplazamientos relativos entre nodos

Al considerar la cuña de deslizamiento como un cuerpo flexible y el efecto del comportamiento cíclico de los materiales que la constituyen, es necesario calcular la deformación angular que ocurre entre los nodos (fig. 2), y luego utilizar las ecuaciones anteriores para determinar en el tiempo la variación del módulo de rigidez. Dicha deformación es:

$$\gamma = \frac{U_2 - U_1}{2H} \quad (18)$$

Donde  $U_2$  es el desplazamiento relativo del nodo superior,  $U_1$  es el desplazamiento relativo del nodo inferior,  $H$  es la separación entre los nodos y  $\gamma$  es la deformación angular.

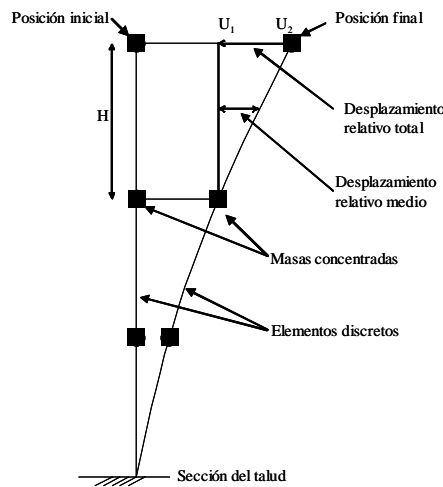


Figura 2. Esquema para el cálculo de los desplazamientos relativos entre nodos

## Criterio de generación de grietas

El criterio propuesto para definir la formación de grietas en el talud resulta de calcular los desplazamientos absolutos en cada nodo para el mismo intervalo de tiempo, como se aprecia en la fig. 3. Si la deformación límite del elemento horizontal a tensión es alcanzada, se genera una grieta (Ecuaciones 19 a 21).

En la figura 3,  $U_{absoluto\ i}$  es el desplazamiento absoluto de cada nodo para el mismo tiempo  $t_j$ ;  $U_{permanente\ i}$  es el desplazamiento permanente ocasionado por el deslizamiento ocurrido en el apoyo de la columna en el tiempo  $t_j$ ;  $U_{relativo\ i}$  es el desplazamiento relativo entre los nodos adyacentes para cierto tiempo  $t_j$ ;  $U_{relativo\ i+1}$  es el desplazamiento relativo entre nodos adyacentes en el mismo plano horizontal, en el tiempo  $t_j$ .

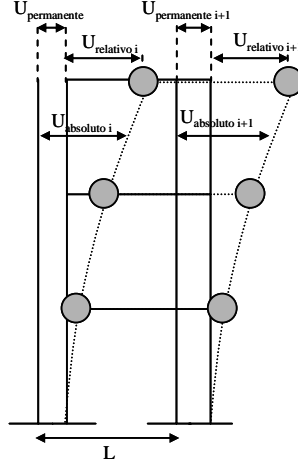


Figura 3. Modelo para la determinación de fisuras

$$U_{absoluto\ i} = U_{permanente\ i} + U_{relativo\ i} \quad (19)$$

$$U_{relativo\ i+1} = U_{absoluto\ i+1} - U_{absoluto\ i} \quad (20)$$

Por tanto, el criterio de falla a tensión está dado por la ec. 21. Donde  $L$  es la separación entre nodos y  $\delta$  es la deformación unitaria de extensión. Cuando  $U_{nodos} > U_{umbral}$  (desplazamiento para el cual se inicia el agrietamiento, considerado 0.5% en este trabajo) se genera la falla por tensión del elemento mecánico, luego de que el elemento discreto falla, éste se elimina del sistema, generando una redistribución de esfuerzos en los elementos discretos vecinos. De este modo puede reproducirse la propagación de las grietas verticales en el talud.

$$U_{nodos} > L \times \delta \quad (21)$$

### Cálculo del cambio en la inclinación de los apoyos

Las superficies de falla pueden ser idealizadas como planas, circulares o de cualquier otra geometría cinemáticamente admisible. En el caso de una superficie circular al producirse el deslizamiento de la cuña sobre la superficie de falla, la posición de los apoyos irá variando como se muestra en la fig. 4. En ésta se cumplen las siguientes relaciones:

$$\alpha = \theta \quad (22)$$

$$\xi = 2 \left[ \text{Sen}^{-1} \left( \frac{x/2}{r} \right) \right] \quad (23)$$

$$\gamma = \theta - \xi \quad (24)$$

$$\beta = \gamma \quad (25)$$

Donde  $\alpha$  es el ángulo de inclinación del apoyo de la sección antes del deslizamiento,  $\theta$  es el ángulo formado por la recta perpendicular a la tangente que pasa por el apoyo de la sección antes del deslizamiento y una recta perpendicular a la tangente horizontal a la superficie potencial de deslizamiento o, en general, a la línea que pase por el punto más bajo de la superficie crítica,  $\xi$  es la diferencia entre los ángulos  $\theta$  y  $\gamma$ ,  $x$  es la distancia que deslizó el apoyo de la sección,  $r$  es el radio de curvatura de la superficie circular de falla,  $\gamma$  es el ángulo formado por la recta perpendicular al apoyo de la sección después del deslizamiento y una recta perpendicular al suelo y  $\beta$  es el ángulo de inclinación del apoyo de la sección después del deslizamiento.

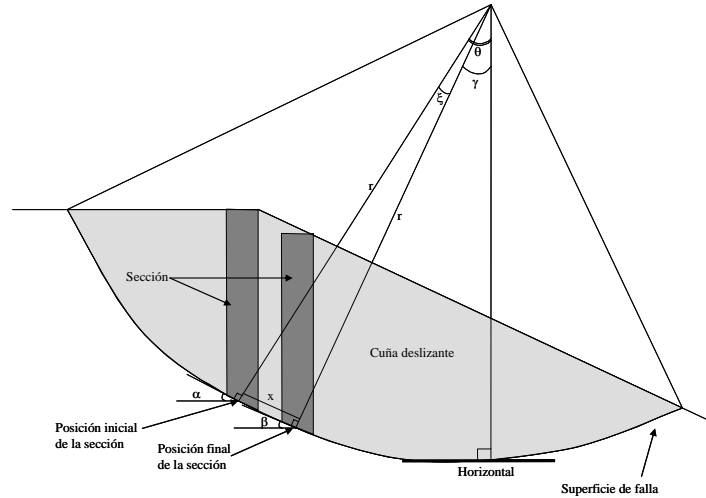


Figura 4. Cambio en la inclinación de los apoyos, para el caso en el que se supone una superficie de falla circular

### Cálculo del retraso en el arribo de las ondas

El tiempo que tardaría una onda de corte en recorrer la distancia que separa los apoyos está dada por la ec. 26, suponiendo que la propagación ocurre en la dirección correspondiente. Donde  $R$  es el tiempo que tarda en recorrer la onda la distancia que separa a dos apoyos,  $V_s$  es la velocidad de la onda de corte y  $D_r$  es la distancia que separa a los dos apoyos.

$$R = \frac{V_s}{D_r} \quad (26)$$

### Cálculo del empuje hidrostático

El empuje hidrostático (fig. 5) que actúa en una grieta que contiene un fluido se determina por medio de la ec. 27 y la resultante de ésta se coloca en la posición correspondiente del vector de carga externa, en el nodo que afecte y en la dirección y sentido en que actúe dicha fuerza, que se considera constante durante todo el evento sísmico. Donde  $F_h$  es el empuje hidrostático,  $\gamma_h$  es la densidad del fluido y,  $b$  y  $a$  definen el área de influencia  $A$ .

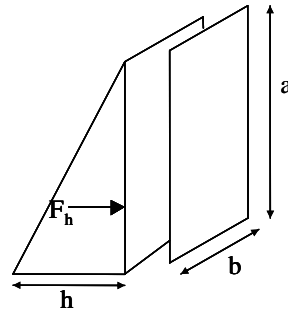


Figura 5. Esquema de la presión hidrostática actuando en una grieta

$$F_h = \frac{1}{2} \gamma_h \times h \times a \times b \quad (27)$$

### EQUIPO DE LABORATORIO

Para la realización de los ensayos de laboratorio se construyó una mesa vibradora uniaxial, la cual genera la excitación por medio de un actuador neumático. A su vez, los componentes mecánicos y electrónicos de la mesa vibradora son controlados por una computadora. La instrumentación utilizada consiste de cuatro acelerómetros de tres ejes colocados en el modelo y en la mesa, y un transductor de desplazamiento lineal para medir el desplazamiento relativo entre el modelo y el plano de deslizamiento (Botero, 2004).

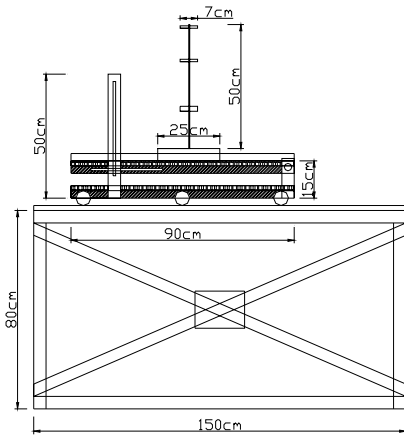


Figura 5a. Mesa vibradora

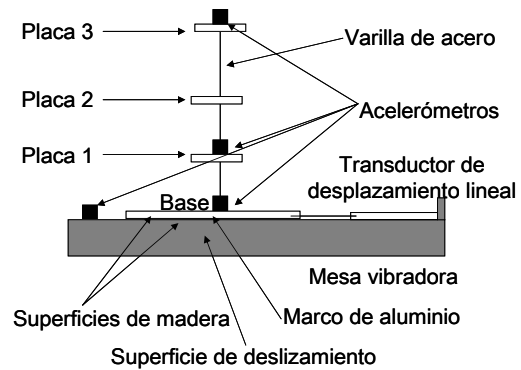


Figura 5b. Modelo flexible

Los modelos utilizados constan de una base rígida de aluminio y madera, y adosada a ella se encuentran dos varillas de acero con 3 placas de aluminio en las cuales se colocan los acelerómetros. A la base del modelo se encuentra fijo el transductor de desplazamiento lineal. El modelo descansa sobre un plano de deslizamiento el cual está compuesto por una lámina de madera.

## RESULTADOS

### Modelo teórico

#### Comparación con el modelo del bloque rígido

Inicialmente se realiza la comparación del método propuesto con el de Newmark, con el fin de mostrar la concordancia en la respuesta para un modelo rígido. Se toma inicialmente un sistema de un grado de libertad con un período cercano a 0.0 s, sin incluir el efecto de la aceleración cinética, considerando los materiales elásticos y sin tomar en cuenta los otros parámetros propuestos. El sistema se excita con una onda senoidal con período de 2.4 s.

En la fig. 6 se puede observar que las historias de desplazamientos relativos calculados mediante Newmark y el modelo teórico rígido son muy similares. Ahora, si se toma un sistema con cierto grado de flexibilidad que represente una estructura con una altura diferente o con una variación de las propiedades de los materiales (*i.e.*,  $T = 2.4$  s), se observa una discrepancia significativa en la variación y magnitud de los desplazamientos.

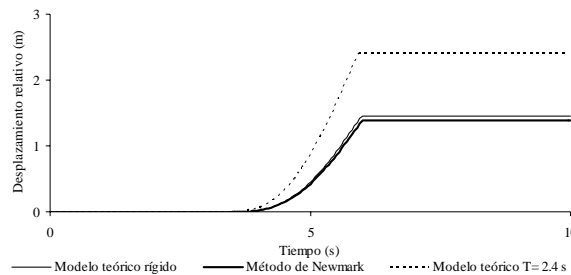


Figura 6. Desplazamientos comparados

#### Definición del concepto del espectro de desplazamientos permanentes

Para la presentación y análisis de los resultados se adoptó el concepto básico del método del Espectro de Talud (*ET*) propuesto por Kramer et al. (1995). Éste consiste en tomar un sistema de uno o varios grados de libertad, realizar el equilibrio de fuerzas y determinar el desplazamiento permanente en su base para los períodos comprendidos en un intervalo definido. En este estudio el concepto del *ET* se amplía y se denomina Espectro de Desplazamientos Permanentes (*EDP*) (Botero y Romo 2001), y representa la acumulación de desplazamientos durante un sismo dentro del intervalo de períodos naturales que se desee. Así, cada ordenada espectral es la magnitud del desplazamiento, que acumularía una estructura con un período natural específico durante la excitación sísmica considerada. Esta curva espectral permite visualizar el efecto potencial de un sismo de diseño en estructuras de diversos períodos. En otras palabras, definido el ambiente sísmico, la obra (*i.e.*, un talud) se puede diseñar para que tenga un período que minimice su respuesta dinámica y por tanto sus daños. Con este procedimiento los cálculos se llevan a cabo en el dominio del tiempo para determinar la variación temporal de los desplazamientos, aceleraciones y velocidades,

tanto de los nodos como de las secciones en las que se discretiza la estructura. Es factible, también, determinar la historia de esfuerzos en el cuerpo del talud, calcular la secuencia de la formación de grietas, considerar la variación de las propiedades de los materiales para períodos específicos, la influencia de la variación en el nivel freático y de las modificaciones en su geometría

### Ejemplo bidimensional

Se presenta un ejemplo de aplicación del método teórico propuesto, con la finalidad de mostrar algunos de los avances que se vienen realizando en este campo (para información más detallada tanto de modelos unidimensionales como bidimensionales, ver Botero 2004). El análisis expuesto corresponde a un talud que, por sus características particulares, es susceptible de ser estudiado de manera apropiada mediante un método bidimensional. El talud (fig. 7) posee una superficie de falla inclinada  $8^\circ$ , los coeficientes de fricción estática y cinética iguales, con un valor de 0.363, y un factor de seguridad estática de 2.58. No se tiene en cuenta el retraso en el arribo de las ondas, ni se permite la formación de grietas entre las secciones de suelo, tampoco se considera el efecto de la aceleración cinética de la cuña deslizante y los materiales constitutivos tienen un comportamiento lineal ante carga cíclica (el efecto de los parámetros no incluidos se encuentran analizados en extenso en Botero 2004). Los resultados se presentan en términos de Espectros de Desplazamiento Permanentes (EDPs). La excitación que se usa es la correspondiente al registro del sismo de Michoacán de septiembre 19 de 1985, obtenido en el sitio Secretaría de Comunicaciones y Transportes, SCT ( $T_{\text{dominante}} = 2.0$ ).

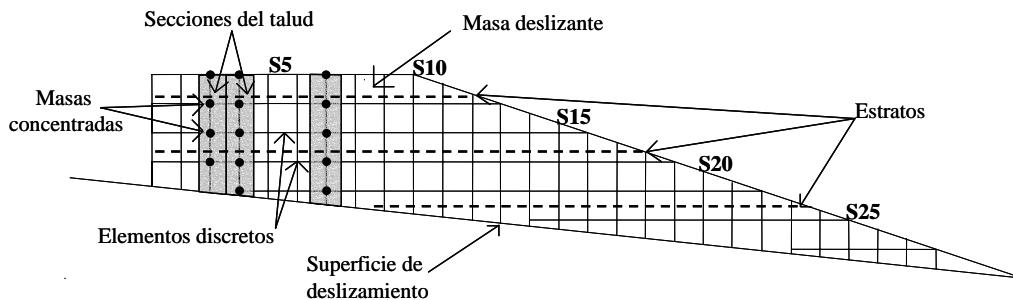


Figura 7. Modelo bidimensional, secciones 1 a 28 (S1 a S28)

En la fig. 8a se aprecia claramente la generación de desplazamientos en los apoyos de las secciones en la zona comprendida por la corona del talud. De la sección S3 a la S6 los desplazamientos permanentes se incrementan, alcanzándose el máximo en la sección S6. A partir de ésta, se inicia un decremento paulatino.

Estos resultados indican que dada la magnitud de los desplazamientos permanentes calculados, la resistencia al corte se ha movilizad totalmente en la zona comprendida aproximadamente entre las secciones S3 y S10 (figs. 8a y b), para los períodos de 1.8 s a 3.0 s, por lo que la estabilidad del talud sólo depende de las secciones inferiores. Estos resultados sugieren la generación de daños significativos entre las secciones S3 y S6, de haber permitido agrietamiento del talud; en estas condiciones, es factible que el talud

hubiera fallado. Es importante notar que el pico de los EDPs coincide con el período dominante del sismo.

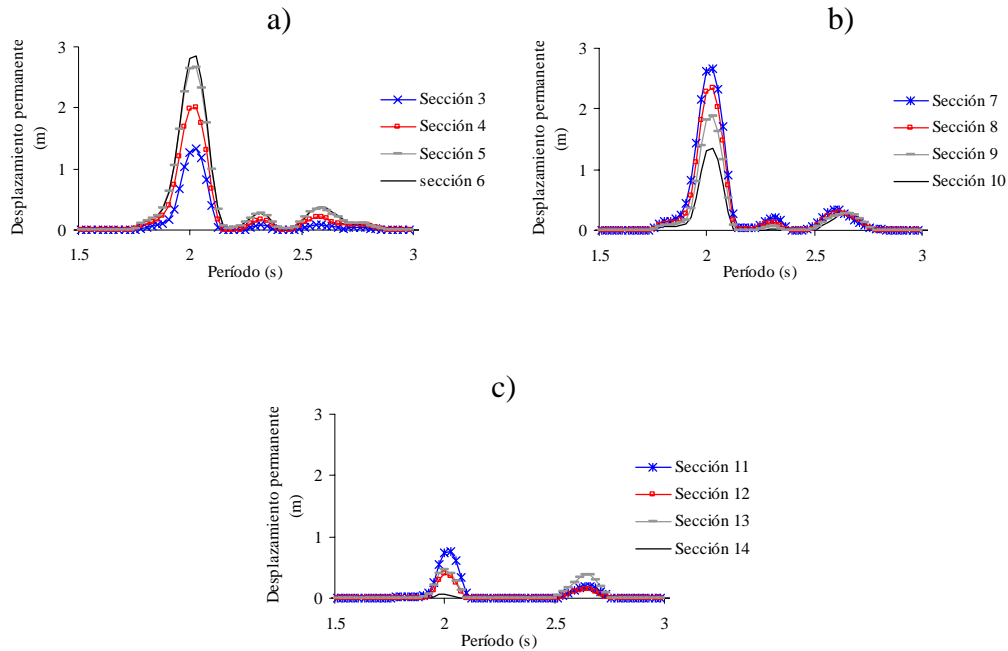


Figura 8. Espectros de desplazamientos permanentes (EDPS)

Estos resultados indican que dada la magnitud de los desplazamientos permanentes calculados, la resistencia al corte se ha movilizó totalmente en la zona comprendida aproximadamente entre las secciones S3 y S10 (figs. 8a y b), para los períodos de 1.8 s a 3.0 s, por lo que la estabilidad del talud sólo depende de las secciones inferiores. Estos resultados sugieren la generación de daños significativos entre las secciones S3 y S6, de haber permitido agrietamiento del talud; en estas condiciones, es factible que el talud hubiera fallado. Es importante notar que el pico de los EDPs coincide con el período dominante del sismo.

### Ensayes de laboratorio

En la realización de los ensayos de laboratorio se utilizan dos modelos, uno rígido y otro flexible (figs. 9a y b). Inicialmente se ensaya el modelo rígido (fig. 9a), con el fin de tener una referencia sobre la incidencia de la flexibilidad y la distribución de la masa en la variación de la excitación que se registra en la base del modelo. Para el modelo flexible (fig. 9b), se determina una distribución de las placas con el centro de gravedad próximo a la base del modelo para que exista una mayor estabilidad durante la fase de deslizamiento.

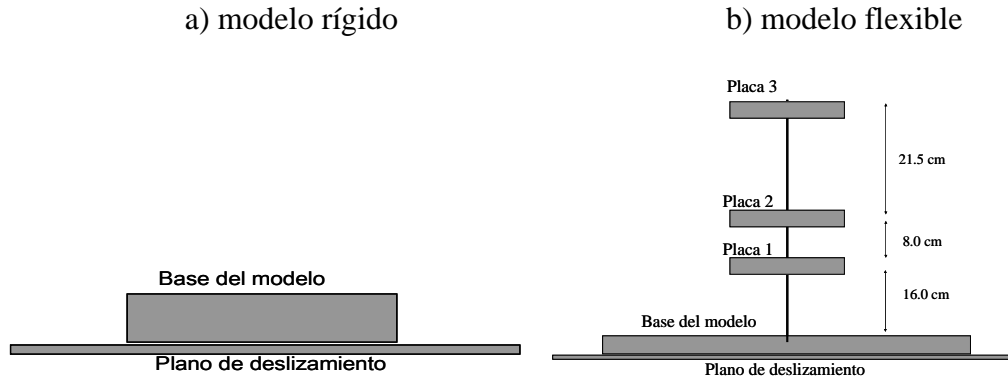


Figura 9. Modelos rígido y flexible

En los análisis con cada uno de los modelos se realizan dos tipos de ensayos. En el primero se acopla el modelo al plano de deslizamiento mediante un elemento mecánico que lo fija en su base. Esta clase de ensaye se denomina *modelo de base fija*. En el segundo, denominado *modelo de base libre*, se retira el elemento mecánico dando la posibilidad de que se presente el desacoplamiento del modelo con el plano de deslizamiento. Para la fase de análisis de los resultados se presenta únicamente una ventana de 5.0 s. Esto con el fin de facilitar la visualización de los registros debido a que la respuesta de los modelos es recurrente durante todos los ensayos.

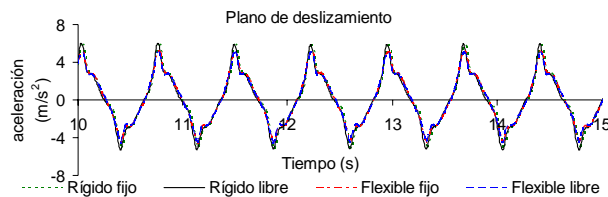


Figura 10. Registros de aceleraciones en la mesa vibradora

En la fig. 10 se presentan las historias de aceleración registradas en el plano de deslizamiento, las cuales corresponden a la excitación proporcionada. Se puede observar que los registros indican que la aceleración se desvía apreciablemente de la señal senoidal generada por la computadora, pero, sin embargo, es periódica. Esto se debe a que los actuadores a base de aire comprimido (servo-válvulas) tienen limitaciones para responder de forma precisa a los comandos enviados por la computadora. En la figura se muestra que las aceleraciones registradas en el plano de deslizamiento son casi idénticas, para ambas condiciones de frontera. Lo cual indica que la excitación es (para todos los fines prácticos) la misma en todos los ensayos y que las diferencias observadas en la respuesta de los modelos se deben básicamente a la influencia de las condiciones de frontera en la base de estos.

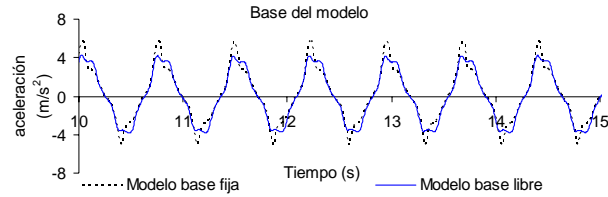


Figura 11. Aceleración resultante en el modelo rígido

La fig. 11 corresponde a los registros de aceleración en la base del modelo rígido para los casos de *base libre* y *fija*. El *modelo de base libre* presenta una aceleración de respuesta que inicialmente sigue la misma tendencia de la del *modelo de base fija*. Al comienzo de la fase de deslizamiento, después de que se supera la aceleración de fluencia, la aceleración del *modelo de base libre* presenta un incremento seguido de un decremento, hasta que se da nuevamente el acoplamiento con el plano de deslizamiento. Este comportamiento durante la fase de deslizamiento se debe a la variación del coeficiente de fricción con la velocidad y la distancia de deslizamiento (Méndez, 2004, Méndez y Romo 2005a y b, Botero, Méndez y Romo 2005a y b).

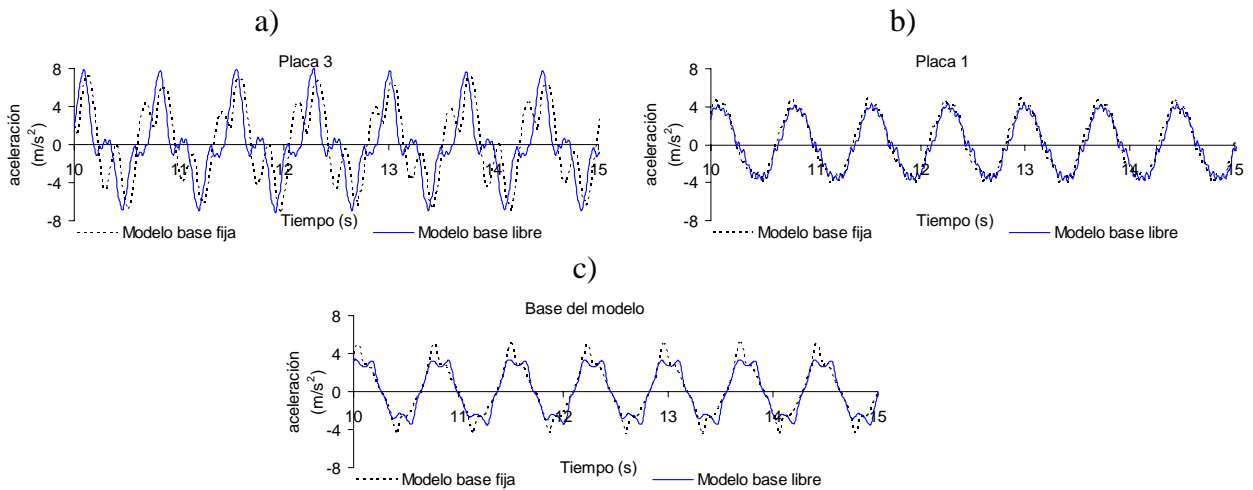


Figura 12. Aceleraciones resultantes en el modelo flexible

En la fig. 12 se presentan las historias de aceleración registradas en el modelo flexible para los casos de *base fija* y *libre*. En la placa 3 (fig. 12a) se observa que los registros presentan un desfase, el cual se debe a la variación de las fuerzas de inercia generadas en los dos modelos. Otro aspecto es el referente al pico que aparece poco antes de la aceleración máxima en el *modelo de base fija* y el cual desaparece en el de *base libre* como consecuencia del deslizamiento. Además, en el *modelo de base libre* se presenta de forma sistemática que la aceleración de respuesta oscila unos instantes alrededor del eje de las abscisas debido a los efectos cinéticos que aparecen cuando se inicia la fase de deslizamiento.

Por otro lado, el registro de aceleraciones en la placa 1 (fig. 12b) presenta una forma similar al registro de aceleración en la base del modelo (fig. 12c) debido a la cercanía de la placa 1 con ésta. También, acá se insinúa levemente las oscilaciones debidas a los efectos

cinéticos. En la fig. 12c se aprecia que la aceleración de fluencia en el modelo flexible es del orden de  $3.5 \text{ m/s}^2$ , mientras que en el modelo rígido es aproximadamente de  $4.1 \text{ m/s}^2$  (fig. 11). Para el caso del modelo flexible después de que se presenta la aceleración de fluencia, ésta disminuye ligeramente y recupera prácticamente su valor inicial cuando el modelo comienza a detenerse, para luego acoplar su movimiento con el del plano de deslizamiento.

En la fig. 13 se presentan las historias de aceleración registradas en la base del modelo rígido de *base libre* y en el de *base fija*, las de velocidad calculadas por medio de la integración de los registros de aceleración y las de desplazamiento relativo entre el modelo y el plano de deslizamiento, obtenidas por medio de la doble integración del registro de aceleración del *modelo de base libre* y la historia registrada con el transductor de desplazamiento lineal (Lvdt).

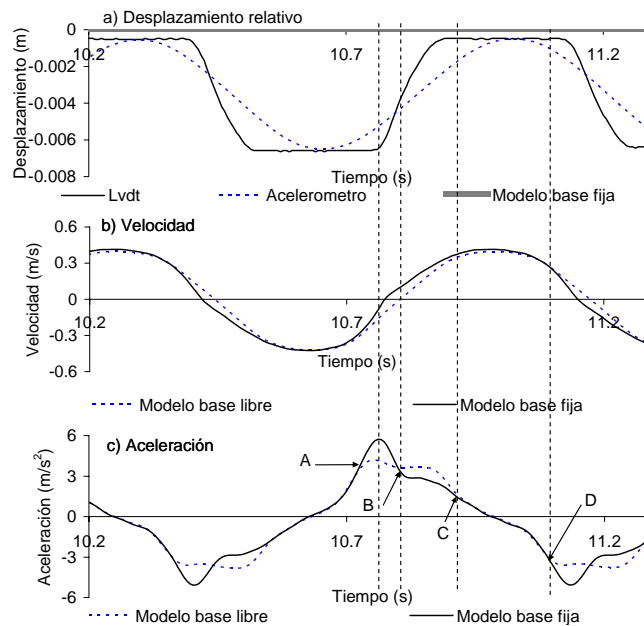


Figura 13. Historias de desplazamiento, velocidad y aceleración en el modelo rígido

El punto A de la fig. 13c define el inicio del ciclo de deslizamiento. Este punto marca cuándo se alcanza la aceleración de fluencia del modelo, y es ahí donde el esfuerzo cortante generado entre la base del modelo y el plano de deslizamiento es insuficiente para mantener los dos cuerpos acoplados y permitir la transmisión completa de la excitación al modelo. Como se mencionó anteriormente en el lapso en que los cuerpos se encuentran acoplados el coeficiente de fricción es constante en la interfaz y corresponde al estático. Pero al momento de que comienza el proceso de desacoplamiento el coeficiente de fricción se modifica convirtiéndose en el coeficiente cinético, el cual es dependiente de la velocidad de desplazamiento relativo y de la distancia recorrida. Entre los puntos A y B se tiene que la aceleración transmitida a través de la interfaz (fig. 13c, modelo de base libre) crece hasta que la excitación alcanza el máximo. Siendo hasta este punto prácticamente nulos los desplazamientos relativos medidos por el Lvdt, pero al realizar la doble integración de la historia de aceleraciones se observa que al tiempo de que se supera la aceleración de

fluencia, comienzan los desplazamientos relativos (fig. 13a). Esto se debe a la diferencia de sensibilidad de los dos instrumentos utilizados. Consecuentemente, con esto se tiene que las velocidades correspondientes a los *modelos de base fija y libre* se presentan desacopladas (fig. 13b). Entre el punto B y el C (fig. 13c) ocurre que la aceleración de la excitación es inferior a la del modelo, lo cual corresponde a la fase de aceleración cinética. Esta fase se presenta debido a que las fuerzas inerciales actuantes en el modelo son lo suficientemente grandes para que continúe su deslizamiento. La importancia de esta fase se observa en la fig. 13a, en la cual la magnitud de los desplazamientos relativos es comparable a los ocurridos en la fase previa (entre puntos A y B). En el punto C se produce nuevamente el acoplamiento del modelo al plano de deslizamiento, el cual es consecuencia de la disipación de la energía a causa de la fricción y de la disminución de la excitación. El ciclo de deslizamiento comienza nuevamente en el punto D.

La respuesta comparada de los modelos en términos de desplazamientos relativos (figs. 13a y 14a) muestran diferencias en las magnitudes y en los tiempos en que se presentan los desplazamientos. El modelo flexible se desplaza un 49% más por ciclo que el modelo rígido y se presenta un desfase de 0.1 s en el inicio de los desplazamientos, presentándose primero en el modelo rígido. Estos aspectos corroboran la incidencia de los efectos cinéticos y de las fuerzas de inercia que actúan en las placas superiores del sistema flexible.

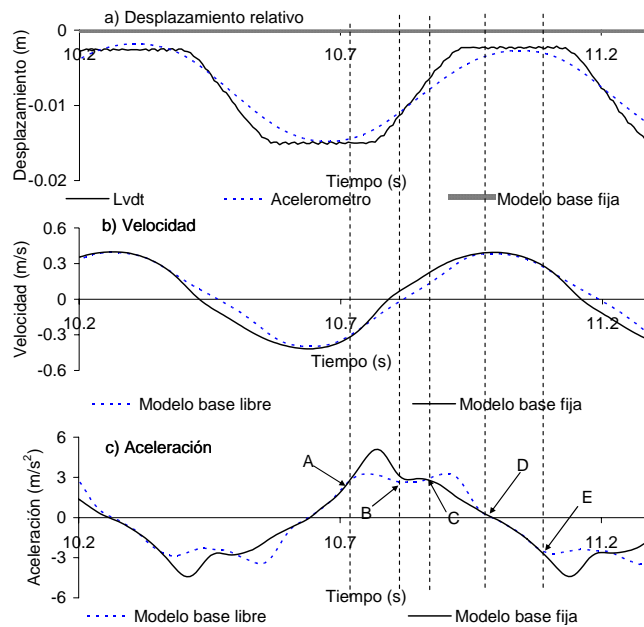


Figura 14. Historias de desplazamiento, velocidad y aceleración en el modelo flexible

Analizando la relación entre los modelos en términos de las historias de aceleraciones (figs. 13c y 14c) se observa que la aceleración del modelo rígido durante el deslizamiento es prácticamente constante, presentando una tendencia al descenso. Mientras que en el modelo flexible se observa un incremento en la aceleración tanto al inicio de la fase de deslizamiento como al final. También se observa en las figs. 13c y 14c que existe una diferencia en la respuesta de los modelos durante la fase de deslizamiento que influye directamente en la magnitud de los desplazamientos relativos. Esta tiene que ver con el

comportamiento de la aceleración después de que se supera el punto B en los registros de ambos modelos. En el modelo rígido no vuelve a ocurrir el acoplamiento entre las aceleraciones (tramo entre los puntos B y C, fig. 13c) entrando directamente a la fase de aceleración cinética, mientras que en el modelo flexible (fig. 14c) entre los puntos B y C la magnitud de las aceleraciones se asemeja (aunque se sigue presentando el deslizamiento del modelo, obsérvese el diferencial de velocidades, fig. 14b) y luego entre los puntos C y D se presenta la fase de aceleración cinética. Este comportamiento permite que se desarrolle durante más tiempo la fase de deslizamiento en el modelo flexible (aproximadamente 0.1 s más) y por consiguiente los desplazamientos relativos sean mayores.

Al estudiar los resultados de los ensayos de laboratorio con base en la filosofía del método propuesto por Newmark (1965), se tiene que para ambos modelos sólo se calcularían los desplazamientos producidos entre los puntos A y B (*1ª fase de deslizamiento*) en las figs. 13 y 14. Mientras que los desplazamientos que son producto de la fase cinética (*2ª fase de deslizamiento*, entre puntos los B a C en el modelo rígido y B a D en el modelo flexible) no se estaría tomando en cuenta, por lo cual el método de Newmark subestimaría los desplazamientos medidos en el laboratorio o en ciertos casos igualaría la magnitud de estos si llegara a presentarse que la aceleración en la base del modelo y la proveniente de la excitación se igualaran luego de terminar la *1ª fase de deslizamiento*.

Otro aspecto que es importante analizar tiene que ver con la cantidad de energía actuante en cada uno de los modelos durante un ciclo de deslizamiento y su relación con la energía proveniente de la excitación. Para el cálculo de la energía se utiliza la ecuación  $E_c = \frac{1}{2} mv^2$ , donde  $E_c$  es la energía cinética del cuerpo,  $m$  es la masa del modelo y  $v$  es la velocidad de desplazamiento. Las energías en cada uno de los casos son calculadas únicamente durante los períodos en los cuales se presenta el desacoplamiento de las historias de aceleración. Por esto, es posible que la energía de la excitación sea distinta en fases equivalentes de los modelos (*1ª y 2ª fase de deslizamiento*). Es importante tener en cuenta que la energía cinética calculada es el resultado de la energía aportada por la excitación y la energía cinética del modelo (Botero y Romo 2005a). Durante el lapso en el cual el cuerpo desliza, la excitación en el *modelo de base libre* difiere de la del *modelo de base fija*. Cuando el cuerpo desliza a causa de que la aceleración de fluencia ha sido excedida (*1ª fase de deslizamiento*), la energía transmitida al cuerpo deslizante (la energía es calculada en la base del modelo en ambos casos) es diferente a la aportada por la excitación (fig. 15a).

La Figura muestra que a pesar de que la excitación percibida por el modelo decrece, éste sigue deslizándose. Lo que confirma lo planteado anteriormente sobre que el coeficiente de fricción desarrollado en la interfaz entre el modelo y la superficie de deslizamiento, disminuye. Lo que contradice la suposición en la que la excitación no sufre modificaciones cuando ocurre el deslizamiento. Respecto de los desplazamientos causados por la energía cinética adquirida por el modelo (*2ª fase de deslizamiento*), en la fig. 15b se observa que la energía del *modelo libre* es mayor que la energía del *modelo fijo*. Esto refuerza la idea en el sentido de que el modelo libre se mantiene deslizando hasta que la energía cinética es disipada, y cuando ésta lo es totalmente, el modelo se acopla nuevamente a la superficie de deslizamiento.

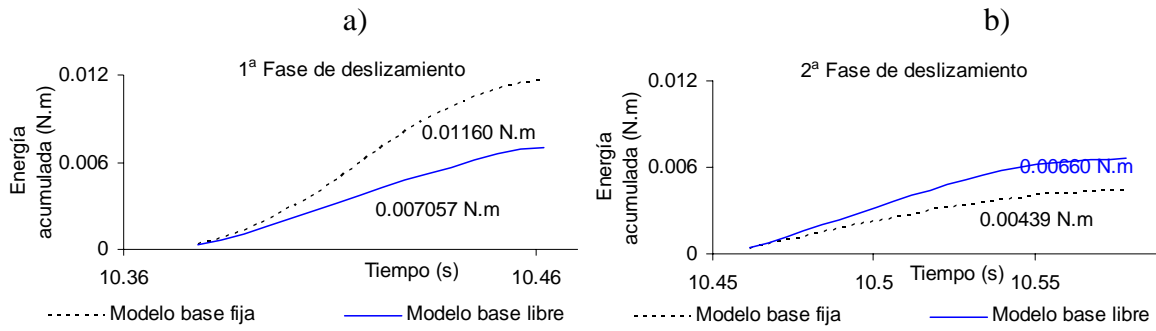


Figura 15. Variación de la energía en el modelo rígido

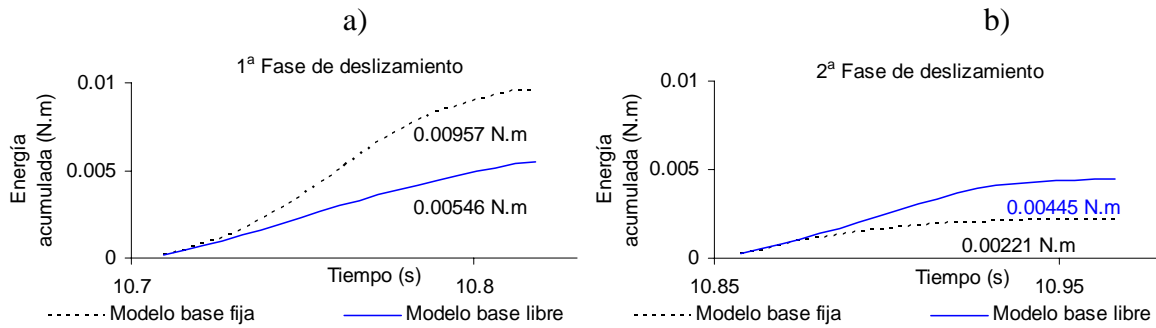


Figura 16. Variación de la energía en el modelo flexible

Al comparar la energía de los modelos y de la excitación en cada fase se tiene lo siguiente: en la *1ª fase de deslizamiento* en el modelo rígido (fig. 15a) se presenta una disminución de la energía que pasa del plano de deslizamiento al modelo de 38.9%, siendo 3.8% menor esta pérdida respecto del modelo flexible (fig. 16a). En la *2ª fase de deslizamiento* el modelo rígido presenta 33.5% más de energía que la excitación, mientras que el modelo flexible tiene 48.1% más de energía que la excitación. Estos resultados indican que las fuerzas de inercia (adicionales) causadas por las masas adosadas al sistema flexible ayudan a incrementar la magnitud de los desplazamientos durante la *2ª fase de deslizamiento*. Lo que corrobora la necesidad de considerar en la modelación de geoestructuras (y estructuras en general) los efectos de la flexibilidad del cuerpo y las aportaciones inerciales de la masa distribuida.

### Comprobación del modelo matemático mediante los ensayos de laboratorio

Por medio del modelo matemático mencionado anteriormente se realiza la modelación del ensayo con el modelo flexible y se comparan los resultados obtenidos de manera teórica con los medidos.

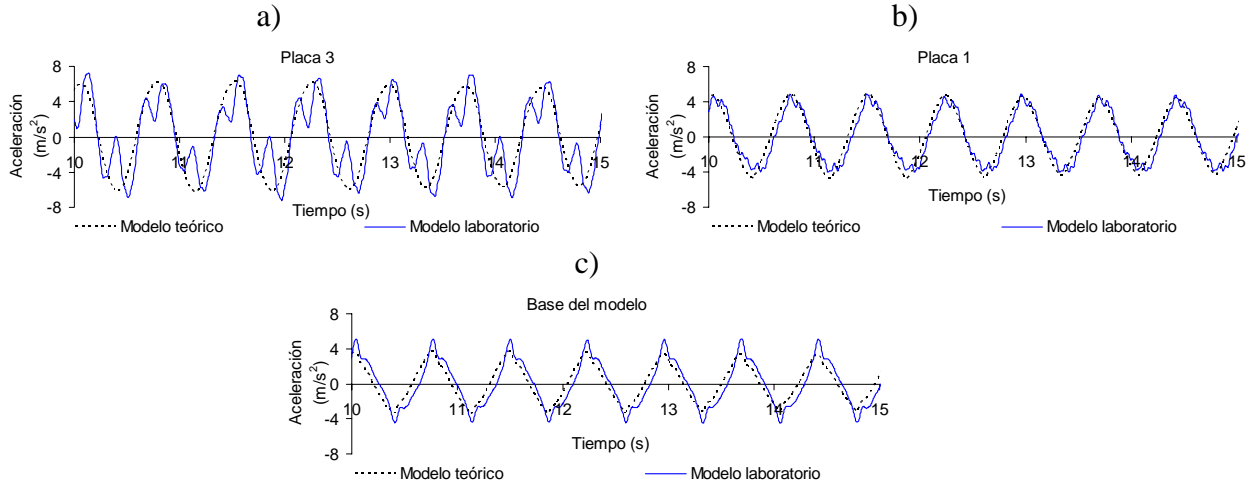


Figura 17. Historias de aceleración del modelo de laboratorio flexible y del teórico, con *base fija*

En la fig. 17 se aprecia que para el modelo flexible de *base fija* en general se presenta una buena reproducción de los registros de aceleración por parte del modelo teórico. Las diferencias entre los registros se pueden deber en parte a la sensibilidad de los acelerómetros que registran variaciones instantáneas en la respuesta y por el efecto de las irregularidades causadas por las placas colocadas en el modelo físico, las cuales causan vibraciones adicionales que se amplifican (o atenúan) hacia la cúspide del modelo.

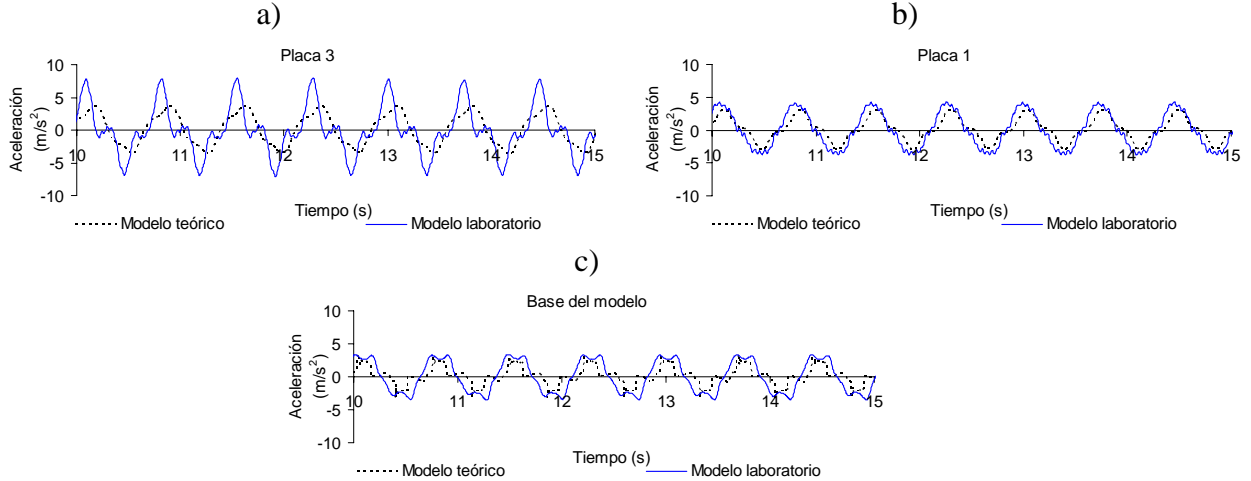


Figura 18. Historias de aceleración del modelo de laboratorio flexible y del teórico, con *base libre*

En la fig. 18, se observa que para el registro teórico en la base del modelo (fig. 18c) la incidencia del efecto de la aceleración cinética y el cambio del coeficiente de fricción estático al cinético, ocasiona la pérdida de suavidad del registro. Esto conduce a que se presente inicialmente un pico, el cual después de unos instantes es amortiguado, continuando la aceleración constante durante la fase de deslizamiento del modelo. La aceleración disminuye nuevamente su magnitud cuando cesa el deslizamiento y deja de ser tomado en cuenta el término cinemático de la ec. 13, y el coeficiente de fricción regresa a

ser el estático. En la placa 3 (fig. 18a) los registros de aceleración presentan diferencias en su amplitud y forma. Esto se debe en parte a las discrepancias que ocurren en las fuerzas de inercia en ambos modelos debido a la forma en que se desarrollan las fases de acoplamiento y desacoplamiento. El modelo de laboratorio genera mayores fuerzas inerciales al momento del desacoplamiento las cuales tienden a producir una mayor amplificación en la placa 3. Mientras que el modelo teórico hace que la fase de desacoplamiento presente menores fuerzas inerciales, lo cual explica en parte la diferencia de amplitudes y de forma en los registros de la placa 3 (Botero, 2004).

La fig. 19 corresponde a las historias de desplazamiento comparadas de los modelos de laboratorio y teórico. Se observa una buena coincidencia entre los registros, los cuales conservan la amplitud y su tendencia similares, salvo que la pendiente en el modelo teórico es más pronunciada debido al cambio en los coeficientes de fricción y a la incidencia del efecto de la aceleración cinética. Este tipo de detalles se irán mejorando a medida que se realicen nuevos ensayos de laboratorio que permitan modelar más en detalle el comportamiento de un cuerpo deslizante.

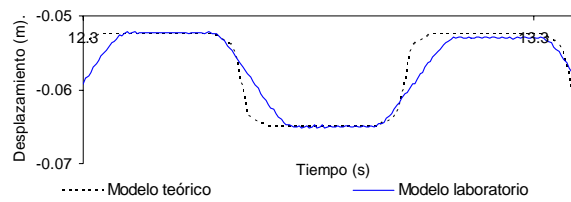


Figura 19. Historias de desplazamientos del modelo de laboratorio flexible y del teórico, con *base libre*

### Índice de energía

Con el propósito de condensar en un parámetro los resultados obtenidos en laboratorio, se propone un índice con el cual se relaciona la inclinación del plano de deslizamiento, la frecuencia de excitación, la geometría y la rigidez del modelo, con la energía resultante en su base. Se define el *Índice de Energía (IE)* = *Energía de salida* / *Energía de entrada*, donde la *Energía de entrada* es la correspondiente a un ciclo de la excitación y la *Energía de salida* es calculada en la base del modelo en el mismo ciclo. El índice se relaciona en este análisis con el deslizamiento, por ciclo, del modelo y representa una aproximación de la magnitud del desplazamiento relativo esperado, de acuerdo a las características del modelo (para el análisis de la relación del *IE* con los demás parámetros que no se tratan en este artículo se puede consultar Botero, 2004).

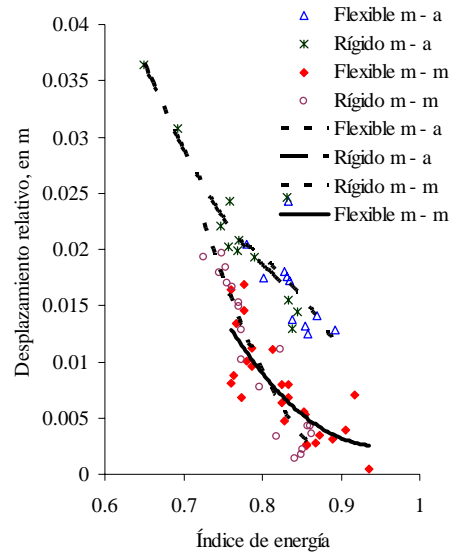


Figura 20. Relación entre el Índice de Energía y los desplazamientos relativos

En la fig. 20, se presentan los resultados para los ensayos con interfaces de deslizamientos compuestas por madera contra madera ( $m - m$ ) y madera contra acrílico ( $m - a$ ). En esta figura es posible notar una clara tendencia que indica que cuando el  $IE$  se incrementa, la magnitud de los desplazamientos relativos decrece. Lo que indica que la interfaz puede transmitir más energía (mayor fricción cinética o mayores fuerzas de fricción equivalentes) implicando una mayor resistencia al desplazamiento relativo. Ambos modelos flexibles tienen una tendencia a presentar una mayor magnitud del Índice de Energía ( $IE$ ) respecto de los modelos rígidos, debido a la aceleración cinética y a las contribuciones inerciales (Botero y Romo 2005). Los modelos rígidos preservan una tendencia similar de incremento en los desplazamientos relativos asociada al decremento en la magnitud del  $IE$ . Por otro lado, la tendencia del comportamiento del modelo rígido, para el caso ( $m - m$ ), presenta una mayor pendiente comparada con el modelo ( $m - a$ ), incrementándose la magnitud de los desplazamientos con una menor disminución del Índice de Energía. Este aspecto muestra las diferencias de la variación del coeficiente de fricción relacionadas con el desplazamiento y la velocidad de deslizamiento acorde con las características de fricción de los materiales en contacto en la superficie de deslizamiento (Méndez, 2004, Méndez y Romo 2005, Botero, Méndez y Romo 2005a y b).

## CONCLUSIONES

1. Los métodos existentes presentan simplificaciones de cálculo, hipótesis en algunos casos alejadas de la física del problema y falta de interacción entre los principales factores que influyen en la respuesta del cuerpo. Los resultados obtenidos por medio de estos métodos pueden llegar a estar en algunos casos alejados de la realidad, haciendo que diseños o evaluaciones de estructuras que se creían seguras, no lo sean.

2. El método propuesto sirve para evaluar la estabilidad sísmica de una gran variedad de estructuras. Éste, modela a la estructura como un cuerpo flexible con la masa

distribuida y reproduce su geometría mediante elementos discretos. Además, al ser realizados los análisis en el dominio del tiempo, se puede incluir el efecto de la no linealidad de los materiales constitutivos debido a la carga cíclica, la variación espacial del coeficiente de fricción en la interfaz de deslizamiento, la incoherencia de los movimientos sísmicos, la adaptabilidad de la estructura durante la fase de deslizamiento a la geometría de la superficie de falla, los modos de vibración, la formación de grietas, los efectos cinéticos y el empuje hidrostático. De todos estos, los que más influyen son el coeficiente de fricción, el efecto cinético, el empuje hidrostático y el ángulo de inclinación de la superficie de falla. Otra ventaja del tipo de análisis propuesto es que se puede calcular el Espectro de Desplazamiento (*EDP*), el cual integra los aspectos fundamentales de la respuesta del talud.

3. Los ensayos de laboratorio sirvieron para evaluar la influencia, en la magnitud de los desplazamientos relativos, de la flexibilidad de la estructura, la inclinación de la superficie de falla, la geometría del modelo, la distribución de la masa y los coeficientes de fricción cinética y dinámica. Los resultados obtenidos muestran que la magnitud de los desplazamientos relativos registrados en el modelo rígido fue menor que la de los modelos flexibles. El de placas rectangulares se desplazó menos que el de referencia. De acuerdo con los resultados de los modelos de placas cilíndricas, la distribución espacial de la masa influyó en los desplazamientos. Las magnitudes de los desplazamientos relativos en los ensayos de laboratorio, comparadas con las calculadas con el método de Newmark, indican que éste subestima hasta en un 50% la magnitud de los medidos en el laboratorio tanto para los ensayos sobre plano horizontal como sobre plano inclinado. Sin embargo, pueden presentarse casos en los que las características del modelo sean más apegadas a las hipótesis del método de Newmark y la respuesta calculada se aproxime a la medida. Por otro lado, el comportamiento del modelo sufre importantes cambios cuando desliza sobre la mesa vibradora. En particular, la respuesta de los modos de vibración es afectada significativamente y la firma de los acelerogramas es modificada. El enfoque energético presentado en esta tesis permite observar que no todas las fuerzas actuantes son ocasionadas por la excitación.

4. Los resultados de la investigación muestran que el proceso de desplazamiento relativo de dos cuerpos puede ocupar una o varias de las etapas:

4.1. Cuando la fuerza resistente es vencida, debido a la mayor aceleración de la base, ésta tiene una tasa de desplazamiento mayor que la del cuerpo superior, dando la impresión que éste se desplaza en sentido opuesto. En el caso de los taludes se asocia en ocasiones a desplazamientos aparentes cuesta arriba. Este movimiento relativo induce remoldeo de los materiales con la consecuente disminución de la resistencia al corte de superficies potenciales de falla.

4.2. Cuando ocurre un decremento significativo de la aceleración de la excitación, las fuerzas de inercia actuantes en el cuerpo superior pueden causar su deslizamiento con respecto a la base. Un efecto del mismo tipo, pero más notable ocurre cuando se presenta el cambio de sentido de la excitación.

5. Los resultados de los casos analizados (Botero 2004), permiten argumentar que el modelo teórico reproduce, en términos generales, adecuadamente los desplazamientos relativos experimentales. Las discrepancias observadas entre las historias de aceleraciones

se deben principalmente a que el modelo teórico no reproduce las características de vibración de la parte superior del modelo físico.

6. El índice de energía (*IE*) planteado, tiene un gran potencial de aplicación, pero es necesario realizar una serie de ensayos que cubran una gama de parámetros más amplia con el fin de definir con mayor certidumbre las tendencias de comportamiento de cada una de estas variables.

## REFERENCIAS

- Al-Homoud, A. S. (1990). "Evaluating Tilt of Gravity Retaining Walls During Earthquakes." *PhD Thesis, MIT, Cambridge, MA, USA*. 300pp.
- Al-Homoud, A. S. and Tahtamoni, W. (2000). "Comparison Between Predictions Using Different Simplified Newmarks' Block-on-Plane Models and Field Values of Earthquake Induced Displacements." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 19 (2000) 73-90.
- Al-Homoud, A. S. and Whitman, R. V. (1995). "Comparison Between Finite Element Predictions and Results from Dynamic Centrifuge Test on Tilting Gravity Wall Retaining Dry Sand." *Soil Dynamic and Earthquake Engineering Journal*, U.K. 14(4) 259-68.
- Ambraseys, N. N. (1972). "Behavior of Foundation Material During Strong Earthquakes." *Proceedings of the Fourth European Symposium on Earthquake Engineering*, London, Vol 7.
- Ambraseys, N. N. and Srbulov, M. (1995). "Earthquake Induced Displacements of Slopes." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 14, 59-71.
- Bishop, A. W. (1955). "The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Earth Slopes." *Geotechnique* 1955: 5 7-17.
- Botero, E. y Romo, M. P. (2000). "Análisis Dinámico de Rellenos de Desechos Sólidos Municipales." *XX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos*. Oaxaca, México.
- Botero, E. and Romo, M. P. (2001). "Seismic Analysis of Slopes." *XV International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*. Istanbul, Tuerkey.
- Botero, E. and Romo, M. P. (2002a). "A Two Dimensional Procedure for Slopes Seismic Analysis." *Twelfth European Conference on Earthquake Engineering*. London.
- Botero, E. y Romo, M. P. (2002b). "Análisis Bidimensional de Taludes." *XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos*. Querétaro, México.
- Botero, E. and Romo, M. P. (2003a). "Seismic Analysis of Slope Stability." *Revista Geofísica Internacional*. Vol. 42 Num. 2, 219-225.
- Botero, E. y Romo, M. P. (2003b). "Implicaciones Ambientales del Desempeño Sísmico de Rellenos Sanitarios." *I Congreso Nacional de la Academia de Ingeniería*. San Luis Potosí, México.
- Botero, E. and Romo, M. P. (2003c). "Analysis Method for Translational Failures in Slopes." *Soil Rock America 2003*. Boston, EUA.

- Botero, E. (2004). "Modelo bidimensional, no lineal para el análisis del comportamiento dinámico de estructuras térreas." *Tesis Doctoral*. División de Estudios de Posgrado. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Botero, E. y Romo M. P. (2004). "Kinetic Effect on Flexible Bodies Behavior". *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada.
- Botero, E., Méndez, B. C. y Romo M. P. (2005). "Earthquake Energy Transmission at Interfaces". *The 11th International Conference of IACMAG 2005*, Turín, Italia.
- Botero, E., Méndez, B. C. y Romo M. P. (2005). "Consideraciones Sísmicas sobre los Disipadores de Energía Friccionantes". *XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*. México D.F.
- Chopra, A. K. and Zhang, L. (1991). "Earthquake-Induced Base Sliding of Concrete Gravity Dams." *Journal of Structural Engineering*. ASCE, 117 (12), 3698-3719.
- Davis, R. O., Desai, C. S. and Smith, N. R. (1993). "Stability of Motions of Translational Landslides." *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 119, No. 3, March, pp. 420-432.
- Dobry, R. and Baziar, M. H. (1992). "Modeling of Lateral Spreads in Silty Sands by Sliding Soil Blocks." *Stability and Performance of Slopes and Embankments II*. Conference Proceeding. pp. 625-652.
- Elms, D. G. (2000). "Refinements to the Newmark Sliding Block Model." *12WCEE. New Zealand*. Paper 2132.
- Fellenius W. (1936). "Calculation of the Stability of the Earth Dams." *Transactions of the Second Congress on Large Dams*. Washington 1936; 4445.
- Goodman, R. E. and Seed, H. B. (1965). "Displacements of Slopes in Cohesionless Materials During Earthquakes." *Rep. No. H21. Inst. of Trans. and Trafic Engineering*, University of California, Berkeley, California.
- Houston S. L., Houston W. N. and Padilla J. M. (1987). "Microcomputer-aided Evaluation of Earthquake-Induced Permanent Slope Deformation." *Journal of Microcomputers in Civil Engineering*. 2(3), 207-222.
- Hutchinson, J. N. (1995) "Keynote paper: Landslide Hazard Assessment." *Proc. 6th International symposium of landslides*. Christchurch 3, 1805-1841, Balkema, Rotterdam.
- Kramer, S. L. and Smith, M. W. (1997). "Modified Newmark Model for Seismic Displacements of the Compliant Slopes." *Journal of Geotechnical Engineering*. ASCE, 123 (7), 635-644.
- Leroueil, S. (2001). "Natural Slopes and Cuts: Movement and Failure Mechanisms." *Geotechnique*. 51-3 pp 197-243.
- Makdisi, F. I. and Seed, H. B. (1978). "Simplified Procedure for Estimating Dam and Embankment Earthquake-Induced Deformations." *Journal of Geotechnical Engineering*. ASCE, 104 (7), 849-867.

- Méndez, BC (2004). “Investigación experimental de la fricción dinámica en una interfaz madera sobre madera.” *Tesis de maestría*. Universidad Nacional Autónoma de México, México, DF
- Méndez, B. C. and Romo, M. P., 2005a. “Transition from the static to the kinetic coefficient of friction.” *Proceedings of the 11th international conference of IACMAG*, Turin, Italy.
- Méndez, B. C. and Romo, M. P., 2005b. “Experiments on frictional behavior of a sliding block.” *Engineering Institute publications, UNAM*, México, DF, 39 pp (in press).
- Nadim, F. and Whitman, R. V. (1983). “Seismically Induced Movement of Retaining Walls.” *Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE*. 1983; 109 (GT7): 915-31.
- Newmark, N. M. (1963). “Earthquake Effects on Dams and Embankments.” *Presented at the October 7-11, ASCE Struct. Eng. Conf.*, San Francisco.
- Newmark, N. M. (1965).” Effects of Earthquakes on Dams and Embankments.” *Geotechnique*. 15 (2), 139-160.
- Sarma, S. K. and Chlimintzas, G. O. (2001). “Co-seismic & Post-seismic Displacements of Slopes.” *XV ICSMEG TC4. Satellite Conference on “Lessons Learned from Recent Strong Earthquakes”*. 25 august, 2001, Istanbul, Turkey. 183-188.
- Rathje, E. M and Bray, J. D. (2000). “Nonlinear Coupled Seismic Analysis of Earth Structures.” *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. ASCE*, 2000; 126 (11): 1002-1014.
- Richards, R. J. and Elms, D. (1979). “Seismic Behavior of Gravity Retaining Walls.” *Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE*, Vol. 105, No. GT4, Apr., pp 449-464.
- Romo, M. P. (1971). “Análisis de Estabilidad de Taludes en Términos de sus Deformaciones Exteriores.” *Tesis de Maestría*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Romo, M. P. y Reséndiz, D. (1980). “Computed and Observed Deformation of Two Embankment Dams Under Seismic Loading.” *International Conference on Design of Dams to Resist Earthquake*, The Institution of Civil Engineers, London, pp 219-226, October 1 y 2.
- Romo, M. P. y Aguilar, J. I. (1995). “Desplazamientos Permanentes en Terraplenes Causados por Sismos.” *Informe Instituto de Ingeniería*. Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Romo, M. P. (1995). “Clay Behavior, Ground Response and Soil-Structure Interaction; Studies in Mexico City.” *Third International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, St. Louis Missouri, 2: 1039.
- Sarma, S. K. and Chlimintzas, G. O. (2001). “Co-seismic & Post-seismic Displacements of Slopes.” *XV ICSMEG TC4. Satellite Conference on “Lessons Learned from Recent Strong Earthquakes”* 25 august, 2001, Istanbul, Turkey. 183-188.

- Sarma, S. K. (1979). "Stability of Embankments and Slopes." *ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division*. 105 (GT12) 1511-1524.
- Seed, H. B. and Martin, G. R. (1966). "The Seismic Coefficient in Earth Dam Design." *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*. ASCE. 1966; 92 (3): 25-28.
- Taylor, D. W. (1953). *Letter to South Pacific Division, Corps of Engineers*, San Francisco, 14 april.
- Vessely, D. A. and Cornforth, D. K. (1998). "Estimating Seismic Displacements of Marginally Stable Landslides Using Newmark Approach." *Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics III. Conference Proceeding*. pp. 800-811
- Wartman, J., Riemer, M. F., Bray, J. D. and Seed, R. B. (1998). "Newmark Analysis of a Shaking Table Slope Stability Experiment." *Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics III. Conference Proceeding* .pp. 778-789.
- Wartman, J., Bray, J. D. and Seed, R. B. (2003). "Inclined Plane Studies of the Newmark Sliding Block Procedure." *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. ASCE, august 2003. 673-684.
- Wong, C. P. and Whitman, R. V. (1983). "Seismic Analysis and Improved Design Procedure for Gravity Retaining Walls." *Research report, R82-32, Department of Civil Engineering, MIT*, 1983.